

**DISEÑO DE UN INSTRUMENTO DE COBERTURA SOBRE EL
COMPORTAMIENTO DEL PRECIO DE LA PAPA DIACOL CAPIRO,
PARA EL PEQUEÑO Y MEDIANO PRODUCTOR, A PARTIR DEL MEJOR
PRONÓSTICO ENTRE UN MODELO SARIMA Y UNA RNA**

CLAUDIA HAYDEE LIZARAZO RENGIFO

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título en:
Ingeniería Financiera**

**Director
Ing. Financiero Carlos Mario García Díaz
M.sc Economía**

**UNIVERSIDAD PILOTO DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA FINANCIERA
BOGOTÁ D.C. COLOMBIA
2016**

TABLA DE CONTENIDO

1. RESUMEN	1
2. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	2
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	2
4. OBJETIVOS	5
4.1 Objetivo General.....	5
4.2 Objetivos Específicos.....	5
5. HIPÓTESIS.....	5
6. MARCO REFERENCIAL	6
6.1 Contexto actual de la papa.....	6
6.2 El cambio climático y su incidencia en el cultivo de la papa.....	8
6.3 Marco teórico respecto a las técnicas de modelación matemática usadas para el pronóstico de la variable objeto de esta investigación	10
6.3.1 SARIMA: Modelos Autorregresivos Integrados de Media Móvil (Estacionales)	10
6.3.2 Redes Neuronales Artificiales (RNA)	12
6.3.2.1Concepto de Red Neuronal Artificial	13
6.3.2.2 Las Redes Neuronales Artificiales y su analogía con las neuronas biológicas:	14
6.3.2.3 Características de una Red Neuronal Artificial	15
6.3.2.4 Elementos de una Red Neuronal Artificial	16
6.3.3 Derivados Financieros Agrícolas	21
7. METODOLOGÍA PARA LA MODELACIÓN DE UN SARIMA DE LA SERIE HISTÓRICA DE LA PAPA DIACOL CAPIRO	24
7.1 Análisis de la serie histórica de precios y variación de precios mensuales de la papa Diacol Capiro	24
7.2 Estimación del modelo SARIMA.....	28
7.3 Validación del modelo SARIMA	29
7.4 Modelo SARIMA de predicción estacional	29

8. METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN DEL MODELO DE RED NEURONAL ARTIFICIAL	31
8.1 Delimitación geográfica de la zona de estudio	32
8.2 Caracterización de la RNA en este estudio.....	37
8.3 Selección de las variables explicativas del modelo:	41
8.4 Análisis de Componentes Principales (ACP).....	43
8.5 Metodología para la selección de las variables explicativas.....	47
8.6 Selección del algoritmo de aprendizaje	48
8.7 Algoritmo de pesos y umbrales iniciales Nguyen Widrow.....	50
9. RESULTADOS.....	51
10. DISEÑO DE UN INSTRUMENTO DERIVADO FINANCIERO SOBRE EL PRECIO DE LA PAPA DIACOL CAPIRO.....	54
11. CONCLUSIONES.....	60
12. RECOMENDACIONES.....	61
13. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	62
15. ANEXOS	66

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Semejanza entre una neurona artificial y una neurona biológica</i>	<i>15</i>
<i>Figura 2. Modelo genérico de neurona artificial Rumelhart 86a</i>	<i>16</i>
<i>Figura 3. Tipos de funciones de activación.....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 4. Precios históricos mensuales de la papa Diacol Capiro pagados al productor desde enero de 1.995 a diciembre de 2013, expresados en \$/Kg</i>	<i>25</i>
<i>Figura 5. Variación precio mensual de la papa Diacol Capiro desde 1.995 a 2013.....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 6. Estacionalidad de los precios de la papa Diacol Capiro en 1.995- 1996.....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 7. Estacionalidad de los precios promedio mensuales de la papa Diacol Capiro pagados al productor desde 1.995 hasta 2013</i>	<i>28</i>
<i>Figura 8. Pronóstico precios históricos mensuales de la papa Diacol Capiro.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 9. Zona de estudio</i>	<i>32</i>
<i>Figura 10. Provincias de los principales Municipios productores de papa en Boyacá.....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 11. Municipios con mayor nivel de producción de papa en Cundinamarca</i>	<i>35</i>
<i>Figura 12. Zona de cobertura de las estaciones meteorológicas de este estudio</i>	<i>36</i>
<i>Figura 13. Estructura general de la RNA usada en esta investigación</i>	<i>38</i>
<i>Figura 14. Estructura específica de la RNA usada en esta investigación.....</i>	<i>39</i>
<i>Figura 15. Fenómenos del clima Niño-Niña y su relación con la variación histórica del precio de la papa Diacol Capiro durante el periodo 1995-2014.....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 16. Explicación de la varianza de la variable Brillo Solar a partir de ACP.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 17. Árbol binomial de cinco pasos para una opción put - papa Diacol Capiro</i>	<i>59</i>

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1. Valores reales y estimados de la variación del precio de</i>	<i>30</i>
<i>Tabla 2. Estaciones meteorológicas seleccionadas para el estudio.....</i>	<i>33</i>
<i>Tabla 3. Referentes académicos para la elección del tipo de arquitectura de la RNA</i>	<i>37</i>
<i>Tabla 4. División del conjunto de datos.....</i>	<i>40</i>
<i>Tabla 5. Referentes para elección de variables meteorológicas de la RNA.....</i>	<i>41</i>
<i>Tabla 6. Variables meteorológicas</i>	<i>41</i>
<i>Tabla 7. Variables meteorológicas totales</i>	<i>42</i>
<i>Tabla 8. Ejemplo de agrupación de datos de todas las estaciones de la variable precipitación máxima para correr el proceso de ACP en SPSS</i>	<i>44</i>
<i>Tabla 9. Resultados test KMO de la variable brillo solar.....</i>	<i>45</i>
<i>Tabla 10. Resultados de la explicación de la varianza por medio de ACP variable</i>	<i>45</i>
<i>Tabla 11. Estaciones seleccionadas al correr ACP</i>	<i>46</i>
<i>Tabla 12. Resultado variables significativas por medio de Stepwise.....</i>	<i>47</i>
<i>Tabla 13. Modelos de RNA que a la fecha se están corriendo.....</i>	<i>53</i>

1. RESUMEN

La necesidad de cubrirse ante la variación de los precios de un producto de tanta importancia como la papa, que es relevante tanto en la canasta familiar como en la industria, ha abierto paso a la posibilidad de modelar la compleja dinámica de los precios de mercado por medio información histórica, con el objetivo de crear un instrumento financiero que garantice al pequeño y mediano productor la venta de sus cosechas, de modo que aumenten sus utilidades.

Por lo tanto, a partir de la serie de datos del precio de la papa Diacol Capiro y de un conjunto de variables meteorológicas que explican la serie del precio e inciden en la variación de los precios de mercado, se desarrollan dos modelos de predicción basados en un SARIMA y una Red Neuronal Artificial (RNA), se analiza el impacto sobre los riesgos enfrentados por el subsector papero como consecuencia del cambio climático y su afectación en la agricultura, encontrando una guía metodológica que permite la estructuración de una propuesta de cubrimiento ante la volatilidad de los precios de la papa mediante el diseño de un instrumento de cobertura basado en un derivado financiero de la papa, usando como insumo para su construcción el resultado de la variación del precio obtenido en el pronóstico, para un horizonte de tiempo de un periodo.

A partir de los resultados, con el mejor modelo obtenido, se formula una estrategia de inversión y negociación de una cosecha de papa en el corto plazo, que permita fortalecer los intereses del subsector papero e incentiven su participación en mercados de productos financieros estructurados.

Palabras clave: Cambio climático, estacionalidad, estacionariedad, variable meteorológica, volatilidad.

2. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué modelo de pronóstico entre un SARIMA y una RNA, se ajusta mejor al comportamiento de la variación del precio de la papa Diacol Capiro como insumo para el diseño de un instrumento de cobertura?

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La producción de papa ha alcanzado un alto nivel de importancia en la economía nacional durante los últimos años, teniendo en cuenta que ocupa el cuarto lugar a nivel mundial como alimento primario y hace parte de los productos básicos de la canasta familiar. Sin embargo no se han logrado consolidar mecanismos para la toma de decisiones en el corto plazo, que contribuyan a la aplicación de nuevas técnicas para el modelamiento y pronóstico de su precio, enfocados a la toma de decisiones en el cubrimiento de los riesgos, planes de negocio y garantía de venta de las cosechas.

El impacto alcanzado por el subsector papero a nivel nacional ha generado la necesidad de formular análisis cuantitativos más precisos acerca del comportamiento de los precios y volatilidad histórica en productos primarios. El pronóstico del precio de la papa permite plantear mecanismos de negociación y cobertura óptimos enfocados en favorecer de forma directa los rendimientos de este mercado.

Los precios de la papa en el mercado local Colombiano están caracterizados por altos niveles de volatilidad asociados principalmente al periodo estacional de su producción, la variabilidad climática está siendo involucrada en diversos estudios desarrollados en torno a los agrocultivos con el fin de modelar dicha asociación y llevarla a casos prácticos específicos.

Algunos autores que se mencionan durante el desarrollo de este estudio, con sus investigaciones demuestran que el clima y sus efectos tienen un alto grado de relación con la variación de la producción y, consecuentemente también con los precios de la papa.

Según (Sistema de Información y de Gestión y Desempeño de Organizaciones de Cadenas, SIOC, 2015) la cadena agroalimentaria de la papa en Colombia está conformada por productores, comercializadores, industrias de procesamiento, productores de semilla, proveedores de insumos, centros de investigación y sector académico, de modo tal que, para estos agentes que participan en el gremio, las predicciones de corto plazo resultan muy eficaces para la planeación y toma de decisiones en su interacción con el mercado.

La necesidad de modelar los precios de un sector poco explorado desde el punto de vista cuantitativo, ha motivado el desarrollo de este trabajo de investigación con miras a producir información confiable tanto en el pronóstico de la variación del precio de la papa Diacol Capiro, como en la generación de información útil para los principales participantes del subsector papero; que facilite la toma de decisiones en proyectos de inversión a corto plazo y promueva una propuesta de cobertura ante los riesgos implícitos en el mercado, producidos principalmente por los altos niveles de volatilidad e incertidumbre del estado del clima.

Aunque se han presentado avances en la agroindustria en materia de planes de mejoramiento e incentivos, aún no se ha llegado a la consolidación de algunos planteamientos formulados en el mercado financiero colombiano, como el de desarrollar el mercado de commodities en Colombia. No existe un mercado de administración de precios y no existe un escenario apropiado para la construcción de un mercado estandarizado de futuros y opciones financieras.

Los derivados financieros como mecanismo de cobertura dentro del mercado financiero globalizado están enfocados principalmente en la administración y prevención de riesgos, por lo tanto, pueden ser evaluados como una propuesta estructural de alto impacto al ser negociados por medio de la Bolsa Mercantil de Colombia. Según (El Espectador, 2014) *“Hay que crear productos, como por ejemplo los derivados (futuros), para que se puedan garantizar cosechas y precios”*.

Dada la importancia del desarrollo agropecuario, cada vez más se hace necesario implementar este tipo de operaciones estandarizadas en Colombia para incentivar y fortalecer la agroindustria y para la producción de información eficiente que sirva como sustento para hacer análisis cuantitativos más profundos a nivel de mercado.

El uso de este tipo de instrumentos de cobertura como son los derivados financieros por parte de países emergentes es muy limitado y en muchos casos no hay evidencia de su existencia. Este hecho constituye una desventaja para exportadores, importadores, y gobiernos ya que se corren riesgos, al tener que subir costos y se pierde competitividad frente a otros mercados que usan contratos de derivados financieros como una alternativa para expandir sus mercados y mitigar riesgos.

Esta alternativa se convierte en un valioso mecanismo para el mercado de productos estructurados, con doble ventaja competitiva, ya que por un lado protege las variaciones en los precios de los productos y por otro lado sirve como un instrumento de cobertura que favorece la inversión y el apalancamiento.

Para modelar esta compleja dinámica de los precios de mercado en el corto plazo, se hace necesario el modelado de los precios históricos por medio de técnicas matemáticas avanzadas que permitan construir pronósticos a partir de un análisis de la información disponible, y así validar hipótesis sobre los efectos de las variables implícitas y condiciones del mercado sobre la evolución de los precios.

Una acertada predicción ayuda en la toma de decisiones estratégicas y permite comprender con facilidad los factores determinantes que influyen sobre los precios y el impacto que estos causan históricamente.

En Colombia se han desarrollado importantes aportes académicos acerca del subsector papero, los cuales han significado grandes contribuciones con enfoque cualitativo, evidenciando que por ser una actividad de minifundio tiene características propias como altos costos de producción, dependencia del estado del clima y afectación por fenómenos naturales en diferentes periodos de tiempo como los son los El niño y La niña, los cuales hacen que el comportamiento del precio de mercado sea complejo e inestable, presentando altos niveles de volatilidad marcados en recurrentes periodos de tiempo.

Los derivados financieros como herramienta de cubrimiento ante los posibles riesgos enfrentados por el productor de papa, pueden ser una alternativa que funcione como un seguro, el cual sirva para garantizar la venta de las cosechas a futuro.

4. OBJETIVOS

4.1 Objetivo General

Diseñar un instrumento financiero de cobertura sobre el comportamiento de la variación del precio de la papa Diacol Capiro, a partir del mejor pronóstico obtenido entre un SARIMA y una Red Neuronal Artificial (RNA).

4.2 Objetivos Específicos

- i. Estimar un modelo de pronóstico que ayude a explicar el comportamiento de la variación del precio de la papa DC.
- ii. Establecer una metodología útil para reducir la dimensión del número de variables a incluir en los modelos de pronóstico.
- iii. Comparar las ventajas y desventajas de un modelo de RNA vs un SARIMA, en el pronóstico de la variación del precio de la papa DC.
- iv. Estructurar una propuesta de un instrumento financiero derivado a partir del mejor pronóstico obtenido de un SARIMA o una RNA.

5. HIPÓTESIS

La mayor parte de la literatura académica basada en estudios prácticos en los cuales se han modelado series de tiempo de variables económicas ha demostrado que los modelos que capturan la no linealidad de una serie de tiempo, tienen mejor capacidad de pronóstico comparados con los modelos estocásticos tradicionales.

Por tanto, la hipótesis que se plantea en el presente proyecto, es que un modelo basado en el uso de la técnica de RNA presenta un mejor desempeño, medido respecto al RMSE¹ y la capacidad predictiva del modelo con el Test de Diebold y Mariano, Vs los modelos tradicionales SARIMA, siendo capaz de ajustar

¹ Raíz del error cuadrado medio.

y predecir mejor la variación del precio de la papa Diacol Capiro, de modo tal que, con los resultados obtenidos en el pronóstico, para un horizonte de tiempo de un mes, se espera abordar una propuesta para la construcción de una cobertura a partir de un instrumento financiero derivado sobre dicha variación.

6. MARCO REFERENCIAL

6.1 Contexto actual de la papa

La papa hace parte de los productos de consumo primario a nivel mundial, tiene una participación relevante dentro de la canasta familiar y figura entre los diez alimentos más importantes producidos en los países en vía de desarrollo. Sin embargo, desde hace algunos años el subsector atraviesa por uno de los acontecimientos más complejos en su historia debido a la inestabilidad de los precios de mercado y a barreras asociadas con costos, insumos y maquinaria de producción.

En el año 2013 se registran protestas públicas de productores de papa en Colombia, debido a la caída acelerada de los precios, a la inestabilidad de la demanda como consecuencia de la firma del TLC con EE.UU y a la falta de apoyo e incentivos por parte del gobierno.

Indicadores como los precios al consumidor (IPC) y la generación de empleo dan cuenta de la importancia de la papa. Del grupo de tubérculos, la papa es quizá el producto que más bruscas oscilaciones de precios presenta, las cuales suelen estar por encima del IPC total, lo que impacta de manera especial al grupo de consumidores de bajos ingresos; es uno de los renglones que más genera empleo en el sector agrícola. De acuerdo con cifras del Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural (MADR) en Colombia, la papa participa con el 3.5% del Producto Interno Bruto (PIB) Agropecuario. De la producción de papa dependen su sustento 90.000 familias y la cadena genera cerca de 230.000 empleos directos e indirectos (MADR - Universidad Nacional de Colombia - Corpoica, 2009).

Según (Minagricultura, 2015) la producción, comercialización y consumo de la papa en Colombia ha presentado durante los últimos años un marcado descenso en

términos per-cápita pasando en los últimos 15 años de 76 a 62 Kg/persona/año, ocasionando significativas pérdidas de cubrimiento en el mercado local e internacional, aun cuando sólo una pequeña parte del total de la producción de la papa entra en el comercio internacional y los precios, por lo general, se determinan por los mercados locales y no por las fluctuaciones del mercado mundial.

Las expectativas del subsector en la actualidad apuntan a iniciar un periodo de recuperación enfocado en la producción, por medio de la cual se busca estabilizar los precios de mercado de modo que estos favorezcan a los productores y al gremio en general.

En la actualidad, la viabilidad económica depende no sólo del conocimiento técnico del agricultor, sino también de su habilidad comercial, por lo cual es necesario facilitar su acceso a información relevante. Hoy los canales de comercialización son más complejos y los menos favorecidos son los productores de menores recursos (Rivas Sius & Tapia Cruz , 2012).

En una reunión del consejo Nacional de la Papa, que contó con la participación del Ministro de Agricultura, se presentó en febrero de 2015 el “Plan para el Mejoramiento de la Competitividad de Pequeños y Medianos Productores de Papa”. Este plan tendría una inversión cercana a los \$70 mil millones, es un programa de cumplimiento del Gobierno Nacional con los productores de papa el cual contempla temas como: promoción del consumo, modernización del mercado, implementación de centros de agregación de valor, incentivación de uso de semillas certificadas, reconversión hacia otros cultivos, impulso de exportaciones y sistemas de información e investigación, entre otros aspectos (CONtexto Ganadero, 2015).

La papa es un cultivo de carácter transitorio del que se obtienen dos cosechas al año, siendo la duración del cultivo función de la temperatura. En Colombia la producción comercial se realiza entre los 2000 y 3000 msnm, las zonas de producción óptima en función de la calidad y cantidad del producto pertenecen a fincas localizadas entre los 2500 y los 3000 msnm (MADR - Observatorio Agrocadenas Colombia, 2005).

En Colombia, la papa ocupa, en relación con los cultivos transitorios, el tercer lugar en área sembrada con alrededor de 130 mil hectáreas y el primer lugar en producción con cerca de 3 millones de toneladas. Igualmente, representa el eje

fundamental de la economía local en 283 municipios y a nivel regional en tres departamentos (Boyacá, Nariño y Cundinamarca), que concentran algo más del 85% de la producción del tubérculo, al significar en ellos la principal actividad generadora de ingresos y de empleo (Minagricultura, 2015).

Existe además una ventaja competitiva en lo referente a las semillas ya que: Según (UN Periódico N° 176, 2014) el 100% de las semillas de papa son de producción nacional, obtenidas por mejoramiento convencional y no por técnicas biotecnológicas, como la transgénesis. De igual manera, según (Instituto Colombiano Agropecuario (ICA), 2013) son 100% producción y comercialización Colombiana, de modo tal que no existe una dependencia transnacional para la producción del cultivo de la papa.

Las épocas de siembra están determinadas por las condiciones climáticas, especialmente lluvias y ocurrencia de heladas. En el primer semestre se realiza la siembra de Año Grande (50% del área sembrada), entre los meses de enero a marzo y en el segundo semestre la siembra de Mitaca (30% del área), en los meses de junio a agosto. En el resto del año se realizan siembras escalonadas en microclimas favorables (MADR - Observatorio Agrocadenas Colombia, 2005).

La variedad *Diacol Capiro*, variedad de uso industrial sembrada entre los 2500 y 2700 msnm tiene un ciclo vegetativo de entre 155 y 165 días entre siembra y cosecha. Según (UN Grupo de Investigación en Papa), esta variedad se conoce en el mercado con el nombre de "R-12". Es la principal variedad para procesamiento en Colombia, tanto en hojuela como en bastón. Se cultiva en todas las regiones del país, siendo la principal variedad en el departamento de Antioquia y es la variedad de mayores costos de producción en Colombia.

6.2 El cambio climático y su incidencia en el cultivo de la papa

“En Colombia, con regularidad ocurren cambios en las variables climatológicas año a año. En algunas ocasiones transcurren años con valores de precipitación o temperatura por encima o por debajo de los promedios históricos. En la mayoría de los casos, estas variaciones están relacionadas directamente con el fenómeno llamado El Niño Oscilación del Sur ENOS”. IDEAM (citado por Rojas, 2011).

Según CCI (citado por Rojas, 2011) la disminución de la temperatura mínima en algunas zonas, principalmente aquellas donde la transformación del suelo ha sido más intensa, podría representar un aumento en la frecuencia e intensidad de fenómenos de heladas, el cual es uno de los principales problemas que afronta la agricultura de clima frío, afectando los rendimientos, la rentabilidad de los cultivos y la ganadería, y frecuentemente ocasionando pérdidas considerables en la producción de hortalizas, frutas, flores, papa, maíz y pastos para el ganado entre otros.

La temperatura y la precipitación son dos variables que influyen directamente en los cultivos, cuando se hacen estudios en torno a estos, la mayoría de las veces se tienen en cuenta para el análisis de la evolución y los rendimientos estas variables. Según (Bates, Kundzewicz S., Wu, & Palutikof, 2008) “Los aumentos de temperatura y cambios en los patrones de precipitación son aspectos del cambio climático de especial interés, que influyen en forma determinante en la producción de alimentos”.

(Rojas, 2011) realizó un estudio en torno al cultivo de la papa en el altiplano cundiboyacense en el cual analizó la influencia del fenómeno del niño y sus consecuencias en la producción de la papa, evidenciando que durante la presencia del niño, al haber ausencia de agua, disminuye la producción debido al deterioro de los cultivos y consecuentemente aumentan los precios al escasear el producto. En este estudio se tuvieron en cuenta los valores medios, máximos y mínimos de temperatura, hallando una asociación con los patrones de precipitación para los cuales se usaron sus valores medios y máximos.

La FAO (Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura, 2013) desarrolló junto con el Departamento Nacional de Planeación (DNP), el Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural (MADR), y el IDEAM la adaptación de un modelo llamado AquaCrop para el cultivo de la papa en Colombia, por medio del cual se estimaron los rendimientos para el cultivo de papa en los departamentos de Cundinamarca y Boyacá. Los resultados obtenidos permiten concluir que existe un alto grado de relación entre el desarrollo exitoso del cultivo de papa y las condiciones climáticas, hallando que el fenómeno del niño presenta alteraciones en los cultivos, para ello se sugirió adelantar acciones para implementar infraestructura de riego.

6.3 Marco teórico respecto a las técnicas de modelación matemática usadas para el pronóstico de la variable objeto de esta investigación

En el desarrollo metodológico de esta investigación se estima un modelo SARIMA teniendo en cuenta que el cultivo de la papa presenta un periodo estacional. Dicho modelo se desarrolló en el software Eviews 6.

También se desarrolló un modelo de RNA incluyendo una serie de variables meteorológicas, se modeló la dinámica entre el comportamiento de la variación de los precios y se verificó si guardaba relación con el cambio climático; especialmente con fenómenos naturales como el niño y la niña. Este modelo se desarrolló en el Software Matlab versión R2008a, por medio de cual se generó un archivo.mat con 300 líneas de código.

A continuación se desarrolla el marco conceptual y teórico de estos dos modelos, para entender sus parámetros, funcionalidad y aplicación a nuestro caso de estudio.

6.3.1 SARIMA: Modelos Autorregresivos Integrados de Media Móvil (Estacionales)

Las series de tiempo que contengan ciclos de determinada duración, y además muestren fluctuaciones que se repitan con base a periodos de tiempo trimestral, semestral o anual, se conocen como series de tiempo estacionales que se pueden modelar con la metodología de un SARIMA.

Un modelo SARIMA es una expresión que muestra como una variable de series de tiempo X_t se relaciona con sus propios valores pasados X_{t-1} y además tiene un comportamiento estacional.

Box & Jenkins (1970) definieron la metodología de los modelos SARIMA para realizar estimaciones univariadas en series de tiempo, presentando este tipo de modelos facilidad para el análisis de series temporales, además de diversas aplicaciones a diferentes temáticas. Estos modelos son como una extensión de los modelos ARIMA que capturan además la estación de la serie de tiempo.

En un modelo SARIMA expresado como $(p,d,q)(P,D,Q)_s$; p, d y q representan en su orden (1) el término de autocorrelación, (2) el número de diferenciaciones necesarias para conseguir que la serie sea estacionaria (3) el término de la media

móvil, y P, D, y Q son exactamente los mismos componentes pero con la característica estacional.

Cuando se analizan series con periodicidad mensual, trimestral, semestral o anual, podría existir un componente estacional por lo cual se pueden observar los rezagos 12, 24 y 36 ya que en estos frecuentemente se identifican los periodos estacionales y por lo tanto se deberá usar en la estimación del modelo un término SAR (P) o un término SMA (Q) ; donde P representa el orden o mayor rezago de la parte autorregresiva del patrón estacional y Q el orden o mayor rezago de la parte de media móvil del patrón estacional.

La estacionalidad del componente autorregresivo SAR se observa en la función de autocorrelación simple, mientras que la estacionalidad del componente móvil SMA se observa en la función de autocorrelación parcial. La presencia de un componente estacional ya sea en el componente autorregresivo o en el componente de media móvil hace que el modelo estimado se convierta en un modelo SARIMA $(p,d,q)(P, D, Q)_s$. Así, los parámetros de la parte no estacional de la serie de tiempo se identifican con las letras minúsculas p, d, q y los parámetros para la parte estacional de la serie se denotan con las letras mayúsculas P, D, Q y el orden estacional es indicado por la letra s.

En el caso de $d = 0$, indica que la serie No tiene raíz unitaria básica, y $D = 0$, indica que la serie No tiene raíz unitaria en estación.

Antes de la estimación de parámetros, lo primero que se debe determinar en este tipo de modelos es si la variable a explicar X_t necesita ser transformada para eliminar la no estacionariedad en media o en varianza. Para ello se recomienda usar diferentes procesos para la transformación de la serie tales como: Primeras diferencias $X_t - X_{t-1}$; Variación porcentual aritmética $\frac{X_t}{X_{t-1}}$; Variación porcentual geométrica $\ln \frac{X_t}{X_{t-1}}$; entre otros.

Determinar el orden de diferenciación adecuado d es bastante importante. Cuando una serie es “no estacionaria” esto se observa claramente en los coeficientes de la función de autocorrelación, pues éstos tienden a decrecer muy lentamente. Algunas veces los datos del correlograma no dejarán de decrecer tras las primeras

diferencias, y en este caso sería necesario realizar una segunda diferenciación de la serie. Una prueba bastante común sobre estacionariedad en varianza, que incorpora el principio de reversión a la media, es la prueba de Dickey Fuller Aumentada (ADF).

Posteriormente, con la serie estacionaria, se determinan los valores de p y q , y cuando existe un componente estacional, también se determinan los valores estacionales P y Q . Para ello se utilizan las funciones de autocorrelación simple y autocorrelación parcial.

Una característica fundamental de las series de tiempo estacionales con observaciones mensuales, es la similitud de comportamiento entre observaciones para el mismo año y sus consecutivos. Las razones por las que una serie presenta estacionalidad pueden ser de tipo físico (el clima, fenómenos naturales marcados en recurrentes periodos de tiempo, entre otros) o de tipo determinista (temporadas específicas, vacaciones, fiestas, entre otros).

Una vez identificado el modelo SARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)_s$, dado que se entiende que existe un componente estacional, lo que sigue es estimar los parámetros desconocidos de dicho modelo:

Estos parámetros se pueden estimar de forma consistente por Mínimos Cuadrados Ordinarios o por Máxima Verosimilitud. Aunque es posible realizar dicha estimación utilizando MCO pero de manera recursiva como lo plantea el método indicado por Hannan & Rissanen (1982).

6.3.2 Redes Neuronales Artificiales (RNA)

El uso de técnicas de inteligencia artificial se ha convertido en un modelo de amplio uso para distintas investigaciones desarrolladas en torno a series de tiempo financieras tanto de precios como de rendimientos. Esta importancia ha generado la expectativa de explorar en series de tiempo de productos que no han sido modelados con esta metodología, como es el caso de la papa, que por ser un producto de consumo primario a nivel mundial presenta significativos efectos en su comportamiento tanto por su importancia, como por la complejidad de su proceso productivo, y sus grandes fluctuaciones.

Estudios académicos desarrollados en torno a la modelación de este tipo de variables han demostrado que los modelos no lineales han presentado mejores resultados de pronóstico con respecto a modelos econométricos lineales tradicionales. Entre ellos se pueden resaltar los trabajos realizados por (Kohzadi, et al., 1996), (Ghiassi et al., 2005), (Santana , 2006), (Pino et al., 2008), (Wong, Xia, & Chu, 2010), (Sánchez et al., 2015), en los cuales se ha llegado a la determinación de que las redes neuronales pueden capturar mejor el componente no lineal o comportamiento caótico en comparación con los modelos tradicionales. Por ejemplo, los modelos lineales omiten relaciones presentes en el proceso generador de datos de algunas variables económicas; estas omisiones han abierto el paso a modelos no lineales que permiten asimetrías ante diferentes movimientos de variables independientes (Salazar, 2009).

En Colombia también se han desarrollado estudios sobre series financieras con métodos de inteligencia artificial en los cuales ha predominado la técnica no lineal sobre los modelos tradicionales de series de tiempo lineales, como por ejemplo: (García, 2003), (Salazar & Misas, 2009), (Velásquez & Montoya, 2005), (Santana , 2006), (Jalil & Misas , 2007), entre otros.

6.3.2.1 Concepto de Red Neuronal Artificial

Las redes neuronales artificiales son técnicas matemáticas que permiten modelar sistemas dinámicos no lineales debido a su capacidad de aprendizaje y capacidad predictiva. Su estructura está diseñada para simular modelos biológicos asociados al mismo principio de procesamiento de información del cerebro humano.

En la literatura tradicional existen diversos significados para ilustrar el concepto de una red neuronal artificial, debido a que a lo largo de la historia se han desarrollado investigaciones en diferentes áreas del conocimiento, con distintos enfoques y estructuras, pero en esencia su operatividad siempre conduce al mismo principio a nivel conceptual.

Las redes neuronales son sistemas de procesamiento capaces de aprender de la experiencia a partir de ciertos datos introducidos mediante un algoritmo de aprendizaje inductivo, cuyo fin es la resolución de problemas prácticos. Dichos

sistemas se han convertido en la actualidad en importantes herramientas que abarcan múltiples campos disciplinarios (neurobiología, psicología, matemáticas, física, ingeniería, aeronáutica, etc.).

Esta técnica es considerada una alternativa eficaz en el ámbito académico para la predicción de tendencias, dada su habilidad para estructurar a partir de términos no lineales y una adecuada selección de parámetros la aproximación de cualquier tipo de función.

6.3.2.2 Las Redes Neuronales Artificiales y su analogía con las neuronas biológicas:

El elemento básico de una red neuronal es la neurona. Una neurona biológica tiene tres partes principales, véase la Figura 1: las dendritas, el cuerpo de la neurona o soma y el axón. Las dendritas son fibras que transmiten las señales eléctricas al cuerpo de la neurona, que las suma y si el estímulo es lo suficientemente grande (potencial de excitación) el cuerpo de la neurona o soma provocará un estímulo (potencial de acción) que transmitirá el estado de la neurona a las otras neuronas con las que está conectada. Esta conexión se realiza a través de unas largas fibras denominadas axones.

De modo semejante, siguiendo la analogía con la neurona biológica, una neurona artificial se representa por nodos, el cuerpo de la neurona, donde se realiza la suma de las señales que recibe de otros nodos o neuronas. El valor obtenido será utilizado para generar una señal que es transmitida a otras neuronas. Basado en (Pajares & De la Cruz García , 2011).

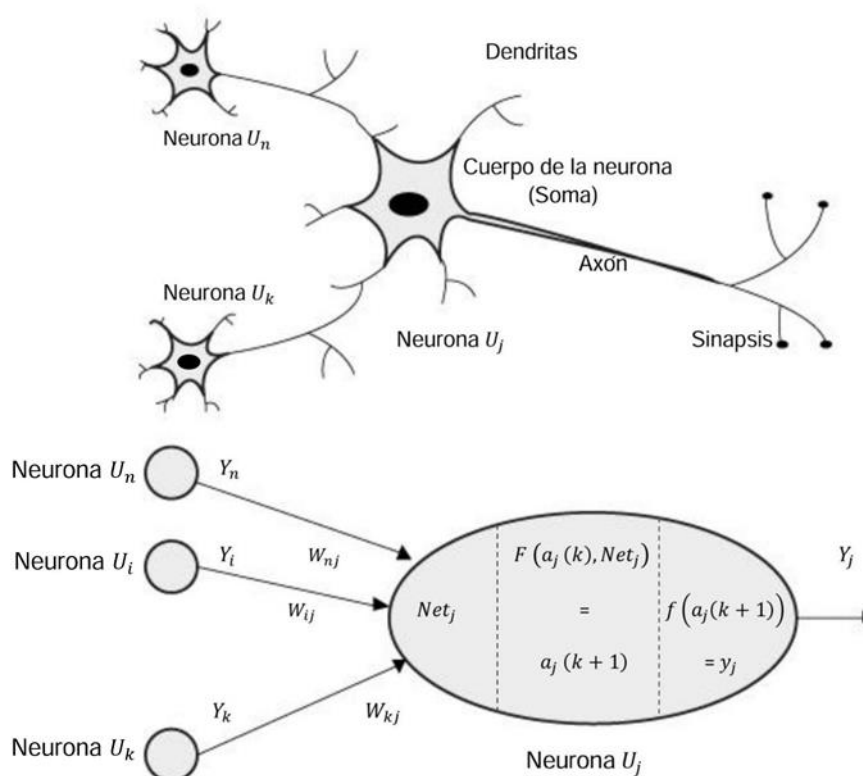


Figura 1. Semejanza entre una neurona artificial y una neurona biológica
 Fuente: Tomado del libro Aprendizaje Automático. Ediciones de la U, 2011

6.3.2.3 Características de una Red Neuronal Artificial

Las principales ventajas que ofrecen las redes neuronales artificiales como sistemas de aprendizaje son: capacidad de aprendizaje basado en la experiencia a partir de un entrenamiento previo, la organización propia basada en la facilidad para representar la información a partir de los datos utilizados en el aprendizaje, la tolerancia a fallos ya que persiste en su funcionamiento pese a las alteraciones provocadas, la dinámica para el modelamiento de sistemas no lineales, la compatibilidad con la tecnología existente.

En el contexto de redes neuronales artificiales existen algoritmos de aprendizaje, los cuales tienen la funcionalidad de modificar los parámetros de la red con el fin de lograr el objetivo que se busca. Los parámetros que se modifican para lograr la efectividad de la red son los pesos de conexión entre las neuronas de la red, representados generalmente por W_{ij} .

Los tipos de aprendizaje de un modelo de red neuronal artificial guardan una relación directa con la aplicación o puesta en funcionamiento del algoritmo de aprendizaje en la red y están dados por:

1. El aprendizaje supervisado, basado en patrones generados a partir de la experiencia que conducen a la determinación de una “salida deseada”. Con la información construida a partir de la “salida deseada” la red calcula el cambio en los parámetros para hacer un ajuste en la salida esperada.
2. El aprendizaje por refuerzo, por medio del cual se busca encontrar una secuencia de acciones que conduzcan a una recompensa o penalización la cual determina si la acción efectuada fue correcta o no.
3. El aprendizaje no supervisado, que no usa influencias externas para evaluar la calidad de la red, es decir, no recibe información de salida previa ni supone si la respuesta obtenida es correcta o no a una entrada.

6.3.2.4 Elementos de una Red Neuronal Artificial

En este apartado se presenta la estructura genérica de una neurona artificial (véase la Figura 2).

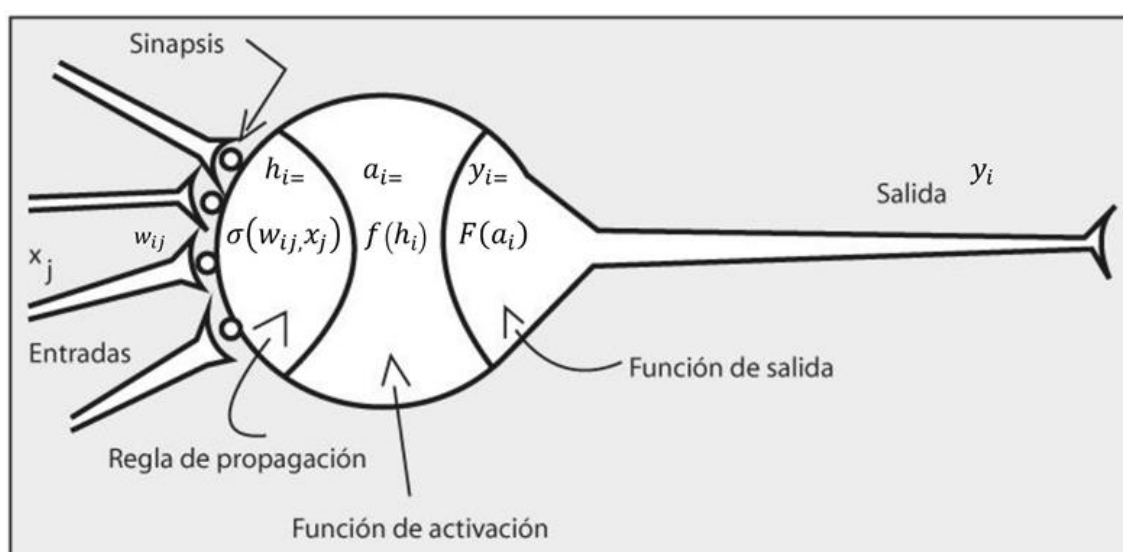


Figura 2. Modelo genérico de neurona artificial [Rumelhart 86a]
Fuente: Tomado del libro Aprendizaje Automático. Ediciones de la U, 2011

Conjunto de entradas, $x_j(t)$

Pesos sinápticos de la neurona i , W_{ij} que representan la intensidad de interacción entre cada neurona presináptica j y la neurona postsináptica i .

Regla de propagación $\sigma(W_{ij}, X_j(t))$ permite obtener, a partir de las entradas y los pesos, el valor del potencial postsináptico h_i de la neurona:

$$h_i(t) = \sigma_i(W_{ij}, X_j(t))$$

La regla de propagación más habitual es de tipo lineal, y se basa en la suma ponderada de las entradas con los pesos sinápticos:

$$h_i(t) = \sum_j W_{ij} X_j$$

El peso o importancia de una conexión entre dos neuronas i y j vendrá dado por el peso W_{ij} de esa conexión. Los enlaces entre neuronas pueden ser excitadores o inhibidores, según que $W_{ij} > 0$ o bien $W_{ij} < 0$ respectivamente.

Función de activación $a_i(t) = f_i(a_i(t-1), h_i(t))$ corresponde al estado en que se encuentra toda neurona (de forma simplificada, reposo o excitación). Sin embargo, en muchos modelos de redes neuronales artificiales se considera que el estado actual de la neurona no depende de su estado anterior, sino únicamente del actual $a_i(t) = f_i(h_i(t))$. Su valor puede ser discreto o continuo.

En el caso de valores discretos, pueden ser binarios, lo normal son $\{-1,1\}$ o $\{0,1\}$, o un conjunto de valores con un número pequeño de elementos. Por ejemplo, el valor 1 puede representar un estado activo (emite impulso) y el 0 un estado pasivo (neurona en reposo). basado en (Pajares & De la Cruz García, 2011).

En el caso de valores continuos, pueden ser limitados (existe un valor de saturación tanto como límite inferior como superior) o ilimitados (por ejemplo cualquier valor real). Un ejemplo de valores continuos limitados es cuando el estado de activación puede tomar un valor entre $[0,1]$ o $[-1,1]$, generalmente siguiendo una función sigmoïdal o similar.

Las funciones de activación que generalmente han sido más empleadas en modelos de redes neuronales artificiales se muestran en la figura 3:

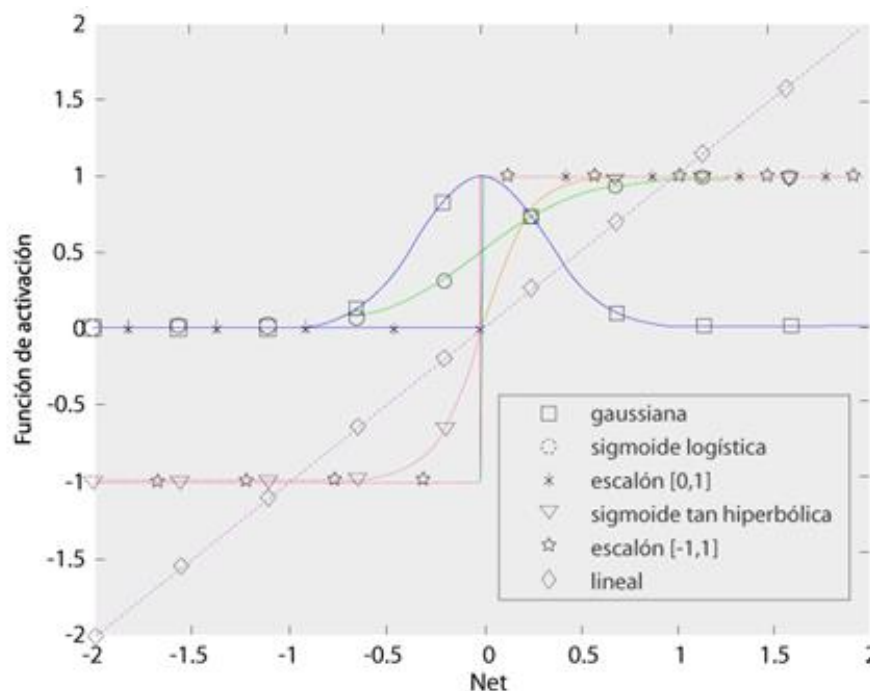


Figura 3. Tipos de funciones de activación
Fuente: Aprendizaje Automático. Ediciones de la U, 2011

Función de salida $F_i(a_i(t))$ si el estado de la neurona es excitado, provocará una salida, la cual puede depender de su estado de activación. Aunque pueden utilizarse todos los elementos de la función de salida para cada neurona, normalmente se simplifica y se traslada gran parte de la funcionalidad de la red a la estructura de interconexión entre las neuronas. Por ello, no se utiliza o almacena el estado anterior de la neurona, sino que el estado es directamente provocado por sus entradas en cada momento de operación. Así mismo, tampoco se utiliza la función de salida, sino que se utiliza el valor de la función de activación como salida de la red.

Un ejemplo de funciones típicas utilizadas para definir la salida, figura 1.1, son la función escalón o umbral, que se aplica cuando las neuronas son binarias; la función lineal, que equivale a no aplicar función de salida y se utiliza normalmente en funciones de salida; la función mixta y sigmoideal, que permite representar señales analógicas al igual que la función lineal, pero saturadas; y, la función gaussiana, que permite ajustar su centro y anchura, facilitando el diseño de neuronas más adaptables que las sigmoideas. Todas estas funciones aunque en la figura 1.1 están centradas en

el origen, pueden encontrarse desplazadas sobre los ejes. Es típico que las funciones acotadas se encuentren entre 0 y 1 o entre -1 y 1, pero no necesariamente.

Niveles de neuronas y conectividad: Las neuronas en una red neuronal artificial se organizan en niveles o capas. Existen redes monocapa y redes multicapa. Las neuronas se pueden conectar entre neuronas de una capa y la siguiente de modo que no existan lazos, como las redes de tipo hacia adelante (feedforward), también se permite que existan conexiones entre neuronas de la misma capa, conexiones hacia capas anteriores o conexiones a sí misma, dependiendo del tipo de red.

En las redes monocapa se establecen conexiones laterales entre las neuronas de la misma capa. Se utilizan típicamente en tareas relacionales, lo que se conoce como auto-asociación. (Pajares & De la Cruz García , 2011).

Las redes multicapa disponen de neuronas agrupadas en varios niveles, identificados como $(1, 2, \dots, N)$. Las capas se distinguen por las señales que reciben:

1. Conexiones solo hacia adelante (feedforward), en las cuales no existen conexiones hacia atrás (de una neurona de la capa i a neuronas de la capa $i - 1$), ni autorrecurrentes, ni laterales.
2. Conexiones solo hacia atrás (feedback), suelen aparecer en redes bicapa y son útiles para realizar una asociación de la información de entrada con la información de salida.

En algunos estudios en los cuales se emplean modelos de análisis de series de tiempo generalmente se asume el supuesto implícito de la linealidad del sistema económico dinámico del subyacente. Pero los sistemas económicos dinámicos pueden estar lejos de ser lineales y el desafío que enfrenta la econometría aplicada en la construcción de técnicas y modelos estadísticos fiables para manejar no linealidades dinámicas es inmensa. Pesaran & Potter (1993)

Para elegir un adecuado modelo a aplicar, resulta de gran importancia conocer las técnicas disponibles en el ámbito de la experiencia académica para evaluar previamente las fortalezas y debilidades del modelo a emplear en la investigación.

Entre los estudios realizados que involucran pronósticos sobre series de precios de bienes primarios y commodities usando la técnica de Redes Neuronales Artificiales, se destacan los siguientes:

(García, 2003) Analiza la serie de tiempo del precio externo del Café Colombiano por medio del uso de la técnica de redes neuronales artificiales en comparación con un modelo clásico lineal ARIMA. Los resultados obtenidos en su estudio demuestran que la varianza del error del modelo con RNA es menor que el del modelo ARIMA, por lo cual el modelo de RNA se considera mejor para modelar y hacer un pronóstico de esta serie de datos. El autor recomienda para estudios posteriores de la serie incluir otro tipo de variables en el modelo como: condiciones climáticas, acuerdos internacionales, tasa de devaluación, entre otras, con el fin de obtener resultados aún más acertados.

(Velásquez, Franco, & Olaya, 2010) plantean en su estudio la predicción del logaritmo natural de la serie de precios mensuales promedio de los contratos de electricidad usando una red neuronal artificial con arquitectura dinámica, comparándola con el desempeño de los modelos ARIMA. Al comparar los dos modelos se encontró que varias configuraciones de la red superan la precisión obtenida por el modelo ARIMA y que captura mejor la dinámica de la serie.

(Sánchez et al., 2015) en su estudio analizan los precios al contado del cobre registrados por Nueva York Commodity Exchange (Comex) y plantean un modelo de pronóstico usando un ARIMA y dos modelos de redes neuronales (Perceptron Multicapa y Elman) encontrando que las RNA presentaron un mejor desempeño en relación con el modelo ARIMA.

Existen evidencias también en estudios de otras series financieras en los cuales las redes neuronales artificiales han presentado un mejor desempeño de pronóstico en comparación con modelos tradicionales ARIMA:

(Cruz, 2009) Propuso un modelo de pronóstico de la tendencia de la serie del futuro del Cete de 91 días en el MexDer con vencimiento en diciembre de 2008 por medio del uso de la técnica de redes neuronales artificiales y series de tiempo, comparando los pronósticos obtenidos con un modelo ARIMA tradicional para verificar qué modelo presenta un mejor desempeño dentro y fuera de muestra. Los

resultados y las pruebas de hipótesis tanto de la bondad de ajuste y los estadísticos Akaike y Schwarz indican que el modelo basado en RNAs es mejor que el modelo ARIMA calculado y empleado como referencia para dentro de muestra y fuera de muestra. En su estudio el autor sugiere utilizar un modelo mixto que incluya la parte lineal de manera simultánea para aprovechar las ventajas de ambos enfoques en un mismo modelo.

(Salazar & Misas, 2009) en su estudio buscan encontrar el modelo que mejor aproxime el comportamiento de la tasa de crecimiento del PIB usando una metodología en la cual se utiliza estimación recursiva de los parámetros por fuera de muestra para medir el aprendizaje de cada vector de parámetros por arquitectura ante la información contenida por fuera de muestra. Los resultados indican que las redes neuronales superan ampliamente a la especificación lineal del modelo ARIMA para explicar el crecimiento del PIB. Se propuso adicionar la política monetaria con la tasa de interés de los CDT a 90 días y los resultados del modelo ampliado mejoraron aún más el pronóstico.

(Jalil & Misas , 2007) Hacen una comparación del pronóstico de la tasa de cambio nominal proveniente de un modelo lineal ARIMA y de un modelo no lineal con una Red Neuronal Autorregresiva. Dichos pronósticos son obtenidos a través de una metodología de “Rolling” y su evaluación se lleva a cabo con respecto a medidas tanto simétricas como asimétricas. Con este estudio se concluye que la red neuronal es mucho más eficiente y que demostró una mejor capacidad de pronóstico con respecto a los modelos no lineales.

6.3.3 Derivados Financieros Agrícolas

Desde el punto de vista financiero, el sector agrícola Colombiano, en la actualidad, tiene una participación limitada; el Mercado de Derivados de la BVC negocia únicamente Futuros, que son contratos de Compra o Venta de activos subyacentes a un precio determinado para entrega en una fecha futura.

Los derivados son instrumentos financieros diseñados sobre un subyacente y cuyo precio dependerá del precio del mismo. En términos generales, un derivado es un acuerdo de compra o venta de un activo determinado, en una fecha futura

específica y a un precio definido. Los activos subyacentes, sobre los que se crea el derivado, pueden ser acciones, títulos de renta fija, divisas, tasas de interés, índices bursátiles, materias primas y energía, entre otros (BVC, 2015).

Los derivados se clasifican en dos categorías:

1. Estandarizados: Negociados por medio de Bolsa de Valores, con inexistencia de riesgo de contraparte debido a la Cámara de Riesgo Central de Contraparte (CRCC) y liquidez constante (Esquema creadores de mercado).
2. No estandarizados: Negociados fuera de Bolsa - OTC (Over the Counter), con existencia de riesgo de contraparte, contratos hechos a la medida del cliente y no operan por un sistema transaccional (BVC, 2015).

Los mercados de derivados surgieron como una respuesta de productores y comerciantes a los diversos inconvenientes que presentan los commodities de producción estacional. Según Wenceslao et. al, (2010) *“La administración del riesgo como proceso estratégico permite en cierta medida mitigar la incertidumbre y mediante la aplicación de modelos busca la maximización de beneficios en función de la tendencia y volatilidad de los precios en los mercados”*.

Según Biondo (2013) el sector agrícola tiene características propias que, en su conjunto, deben ser evaluadas y consideradas en el marco conceptual que la actualidad impone al sector. La posibilidad de operar en un mercado de precios presentes, en concordancia con un mercado de precios futuros y de opciones de compra y/o venta y en el mercado financiero torna posible el planteamiento de diversas alternativas que permitan optimizar el ingreso a consecuencia de la reducción del riesgo y mejorar el precio de venta de la producción.

La volatilidad de los precios en bienes agrícolas es un factor que ha estado muy marcado desde la crisis mundial de los precios de los alimentos entre el 2007 y 2008, la cual sigue afectando de forma directa principalmente a los países emergentes. En este sentido cobra importancia la estructuración de una reforma integral en el sector financiero nacional, por medio de la cual se promueva una propuesta integral que favorezca al sector agrícola y a su vez incentiven el mercado de derivados financieros como estrategia de cobertura y previsión ante posibles oscilaciones en los precios de los productos básicos.

Aunque el mercado de derivados en el contexto financiero Colombiano ha tenido un desarrollo lento con ausencia muy marcada de un marco regulatorio e institucional, pese a ello, desde el punto de vista académico se han abordado distintas propuestas que motivan a su desarrollo, (Cañas, 2006) *“Perspectivas del mercado de derivados en Colombia retraso derivado del desconocimiento”* y (Jaramillo, 2009) *“Propuesta para la implementación de nuevos productos con derivados financieros en el mercado Colombiano”* resaltaron la necesidad, importancia y beneficios que representaría la implementación de este tipo de mercado para Colombia en el contexto nacional e internacional, haciendo énfasis en la minimización y adecuada administración del riesgo de contraparte.

Por otra parte, también se han desarrollado estudios desde los cuales se han abordado propuestas sobre la estructuración, metodología y bases teóricas para la implementación de derivados financieros sobre algún adyacente específico como (Díaz, Macías, & Luna, 2012) *“Estrategia de cobertura con productos derivados para el mercado energético Colombiano”*.

Desde la perspectiva de análisis del comportamiento de las series de precios de commodities, recientemente se han desarrollado importantes aportes, como por ejemplo: (Alonso & Arcila, 2013) *“Empleo del comportamiento estacional para mejorar el pronóstico de un commodity : el caso del mercado internacional del azúcar”*; (Weron, 2014) *“Electricity Price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future”*; (Moreira, 2014) *“Commodities prices volatility, expected inflation and GDP levels: an application for a net-exporting economy”*; (Kohzadi et al., 1996) *“A comparison of artificial neural network and time series models for forecasting commodity prices”*; (Saldaña et al., 2010) *“Pronósticos para el rendimiento del trigo usando Redes Neuronales Artificiales”* y (Zhang et al., 2015) *“A novel hybrid method for crude oil Price forecasting”*; los cuales pueden contribuir al sustento experimental para el desarrollo de técnicas avanzadas de modelamiento para el pronóstico de los precios de mercado de productos agrícolas y series de tiempo financieras.

7. METODOLOGÍA PARA LA MODELACIÓN DE UN SARIMA DE LA SERIE HISTÓRICA DE LA PAPA DIACOL CAPIRO

La metodología que se desarrolla en este estudio para el pronóstico de la variación del precio de la papa Diacol Capiro se fundamenta en el desarrollo de un modelo SARIMA y una RNA; posteriormente, se compara los resultados obtenidos en cada modelo con el estadístico de error del pronóstico RMSE con el fin de determinar cuál de los dos modelos es el mejor. Así mismo, se evalúa la capacidad predictiva de los modelos por medio de la prueba de Diebold y Mariano (1995), para seleccionar el modelo que más se ajusta al pronóstico real de la serie de datos estudiada.

Para modelar dicha serie, se parte del cálculo de la variación continua del precio de la papa Diacol Capiro², a partir de la diferencia entre los logaritmos del precio actual y del precio del mes anterior, se tomó un conjunto de 240 precios mensuales, de los cuales quedan 239 variaciones, y se subdividen en dos subconjuntos: 227 para análisis dentro de muestra y 12 para análisis fuera de muestra; desde febrero de 1995 hasta diciembre de 2014.

7.1 Análisis de la serie histórica de precios y variación de precios mensuales de la papa Diacol Capiro

En esta sección se presenta el análisis de la serie de los precios y la variación del precio de la papa Diacol Capiro cuyo comportamiento observado permite identificar que se trata de una serie estacional.

Para el análisis de la serie se presenta el gráfico de los precios históricos de la papa Diacol Capiro con la finalidad de observar el comportamiento de las fluctuaciones en media y varianza a lo largo del periodo de tiempo analizado dentro de muestra (1995:2013). La Figura 4 muestra claramente que hay datos que se desvían significativamente de la media año a año, sin embargo durante los primeros meses del año hay tendencias de precios alcistas, mientras que durante el segundo semestre del año los precios tienden a ser bajos (durante los meses mayo, junio, julio,

²Se asume que el precio de este tipo de producto agrícola cambia continuamente.

agosto) y medios (durante los meses septiembre, octubre, noviembre) siendo un comportamiento repetitivo periodo tras periodo.

(FEDEPAPA, 2013) en su revista señala: La estacionalidad en la producción de la papa, fenómeno que explica el comportamiento de la oferta durante un año en el periodo de enero a diciembre, así como el de sus precios, responde fundamentalmente a factores relacionados con el clima. Ellos inciden en la naturaleza de la producción lo que conlleva a que se presenten fluctuaciones periódicas de la misma, ante una demanda más o menos constante por parte de los consumidores.

Al observar el comportamiento histórico de precios pagados al productor de la papa Diacol Capiro, se puede notar claramente que presenta una permanente fluctuación en los precios, la cual obedece a la oferta variable relacionada especialmente con la cantidad de papa sembrada y el efecto del clima.

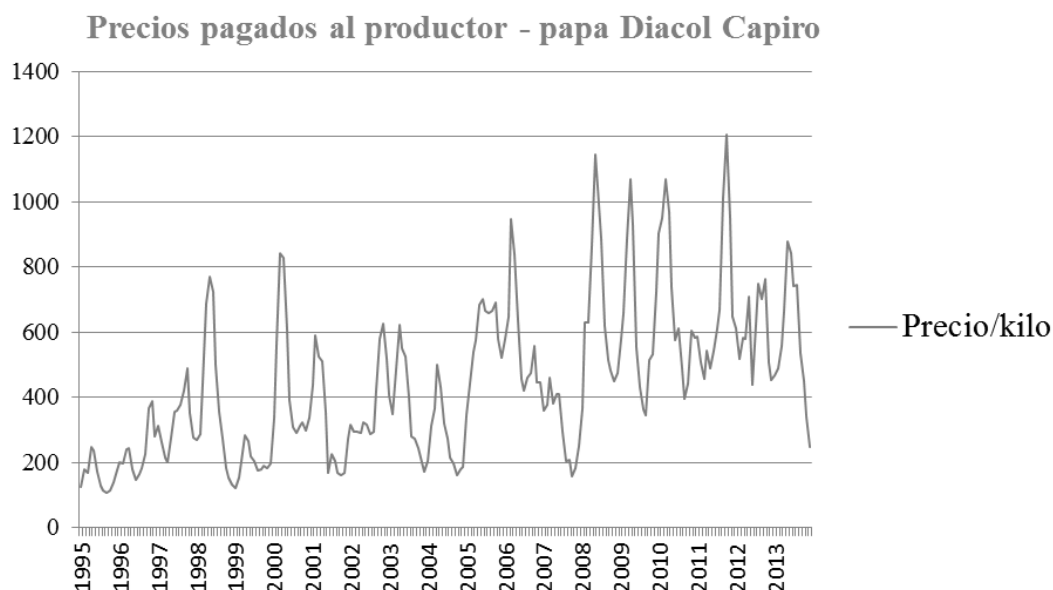


Figura 4. Precios históricos mensuales de la papa Diacol Capiro pagados al productor desde enero de 1.995 a diciembre de 2013, expresados en \$/Kg
Fuente: Elaboración propia a partir de datos de FEDEPAPA

Con el fin de eliminar una tendencia determinista causada por la media, por ser una constante estadísticamente diferente de cero, se presenta en la Figura 5. la serie transformada con desviaciones respecto a su media muestral, la nueva serie se obtiene mediante la diferencia de los logaritmos de la serie de los precios así:

$$\ln \frac{X_t}{X_{t-1}} = \ln X_t - \ln X_{t-1}$$

Donde,

X_t = Precio de la papa Diacol Capiro en el tiempo t

X_{t-1} = Precio de la papa Diacol Capiro del mes inmediatamente anterior

Al hacer dicha transformación de la serie se puede observar que la función de autocorrelación (AC) supera la falta de estacionariedad teniendo en cuenta que decae rápidamente (Ver Anexo 1.).

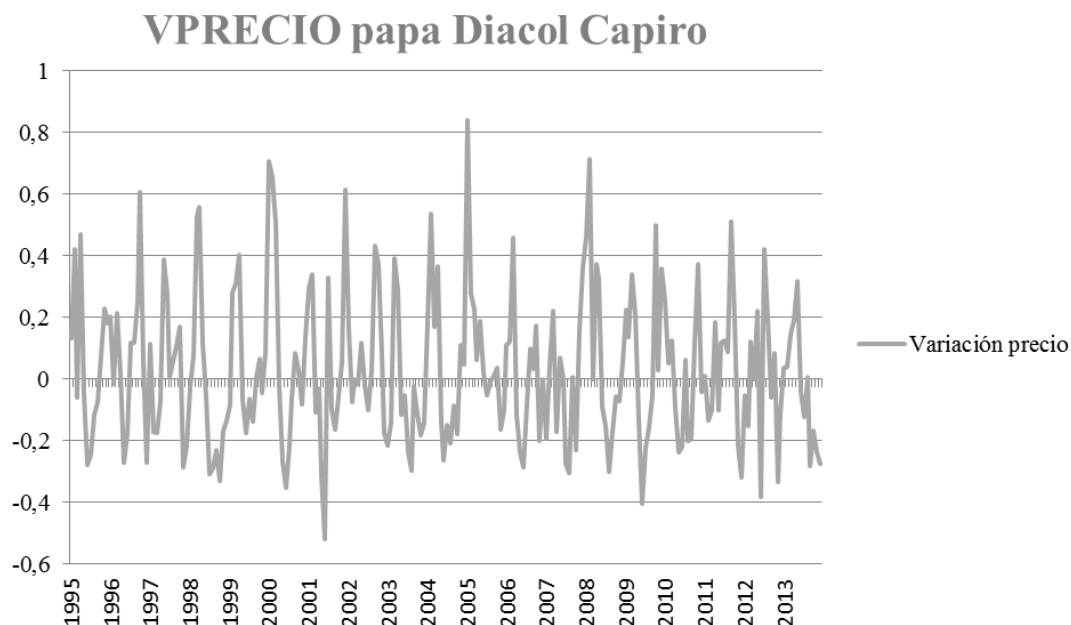


Figura 5. Variación precio mensual de la papa Diacol Capiro desde 1.995 a 2013
Fuente: Elaboración propia a partir de datos de FEDEPAPA

Las dos funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial (AC/PAC, respetivamente) cumplen con las condiciones para que exista estacionalidad, dado que los coeficientes de las AC para retardos múltiplos del periodo estacional 12, 24 y 36 de la serie VPrecios, son significativamente distintos de cero (Ver Anexo 1.).

Para mostrar de manera más específica la estacionalidad identificada en la serie X_t , se graficó un periodo de dos años (1995:1996). En la Figura 6 se puede observar perfectamente el componente estacional de la serie de los precios de la papa Diacol Capiro durante el periodo anual, que se repite cada 12 periodos (meses) con

tendencia alcista durante los primeros meses del año, tendencia bajista a mediados de año y tendencia levemente alcista durante los últimos meses del año.

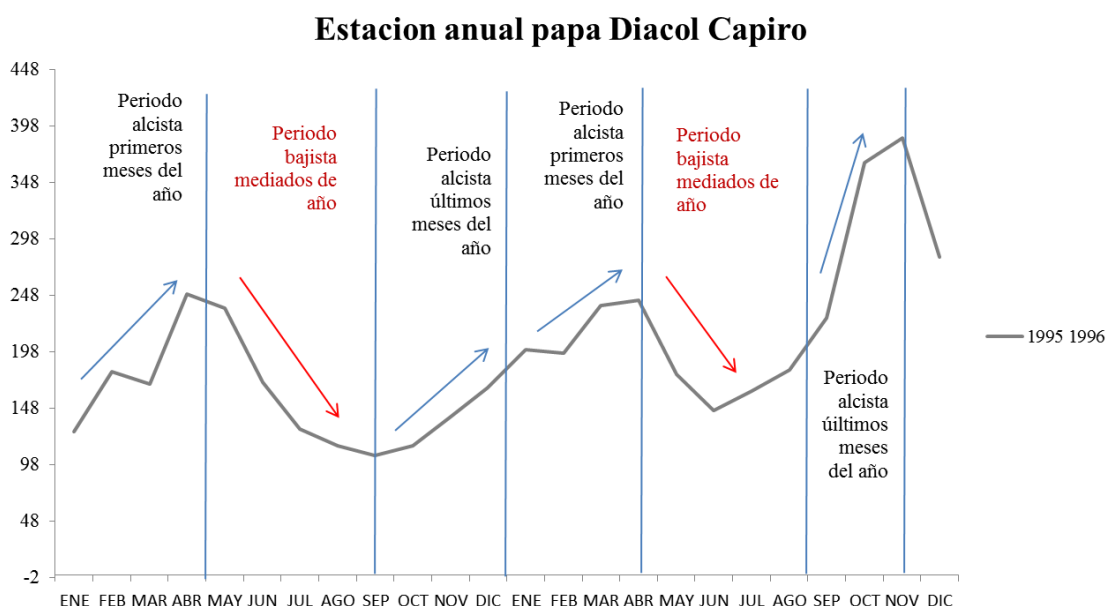


Figura 6. Estacionalidad de los precios de la papa Diacol Capiro en 1.995- 1996
Fuente: Elaboración propia a partir de datos de FEDEPAPA

La tendencia de precios pagados al productor muestra que aproximadamente tres meses del año presentan precios relativamente altos y los restantes nueve meses son de precios bajos. La razón que explica este comportamiento es que la mayor parte del área sembrada y de la producción se concentra en el altiplano cundiboyacense, región que aporta cerca de las dos terceras partes de la oferta nacional, la cual está sujeta a un régimen bimodal de lluvias (entre marzo y mayo, en el primer semestre y entre septiembre y noviembre en el segundo semestre) y dos épocas secas (la primera entre junio y agosto y la segunda entre diciembre y febrero). En la época seca de fin y comienzo de año, en la zona fría, es frecuente la presencia del fenómeno climático conocido como las heladas que hacen daños en los cultivos (FEDEPAPA, 2013).

A partir de la Figura 6 se puede hacer una aproximación de un comportamiento generalizado de acuerdo con el análisis contemplado en la Figura 7, en la cual se gráfica el comportamiento durante el periodo de tiempo analizado en este estudio 1995-2013, con el fin de corroborar el comportamiento cíclico de la variación de los precios de la papa Diacol Capiro pagados al productor.

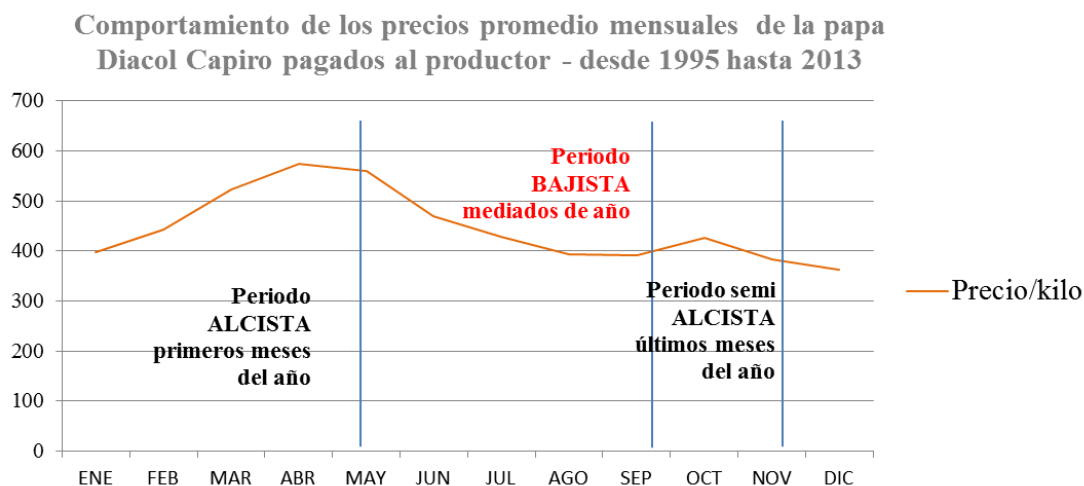


Figura 7. Estacionalidad de los precios promedio mensuales de la papa Diacol Capiro pagados al productor desde 1995 hasta 2013

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de FEDEPAPA

7.2 Estimación del modelo SARIMA

Para la estimación de un modelo SARIMA es necesario que la serie estudiada sea estacionaria; lo cual se verificó a partir de la prueba de Dickey Fuller Aumentada (ADF), encontrando que la serie de variación continua de precios de la papa Diacol Capiro, es estacionaria en varianza, dado que todos los coeficientes, de la regresión auxiliar, que hacen parte de esta prueba, son significativos, y además el p-value de la prueba es menor que un $\alpha = 0.05$. Por tanto, la hipótesis nula de que la serie tiene una raíz unitaria es rechazada, esto es, se cumple el supuesto de estacionariedad. (Ver Anexo 2.)

Sabiendo que la serie cumple con el supuesto de estacionariedad, se procedió a identificar el modelo SARIMA que mejor se ajusta a la serie:

Para determinar el orden de los componentes autorregresivo y móvil (p,q), y los componentes estacionales (P,Q), se observaron los correlogramas de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial con el fin de determinar el modelo óptimo de proyección para la variación del precio de la papa Diacol Capiro.

Debido a que hay presencia de estacionalidad, el modelo SARIMA con su componente estacional autorregresivo, es: SARIMA(8,0,11)(1,0,3)₁₂, expresado matemáticamente así:

$$\begin{aligned}
X_t = & 0.98 X_{t-1} - 0.24 X_{t-2} - 0.26 X_{t-4} + 0.19 X_{t-8} - 0.30 X_{t-12} + \varepsilon_t \\
& - 0.81 \varepsilon_{t-1} + 0.17 \varepsilon_{t-5} - 0.45 \varepsilon_{t-8} + 0.13 \varepsilon_{t-11} + 0.46 \varepsilon_{t-12} \\
& + 0.46 \varepsilon_{t-36}
\end{aligned}$$

Para este modelo todos los coeficientes resultaron ser estadísticamente significativos ya que los p-value son menores a un $\alpha = 0.05$. (95% de confianza); por ende el modelo también posee significatividad global (Ver Anexo 3).

Este fue el modelo más óptimo encontrado para la modelación de la serie, el cual cumple con el test del estadístico Q sobre los residuos del modelo y con el test de los inversos de las raíces del polinomio.

7.3 Validación del modelo SARIMA

Si el modelo se aproxima satisfactoriamente a la serie observada, los residuos deben comportarse como ruido blanco, es decir, con media cero, varianza constante y las autocorrelaciones estadísticamente nulas; esto se puede verificar mediante las funciones de autocorrelación de los residuos (AC y PAC).

En este caso se corrobora ya que la prueba Q sobre los residuos permitió comprobar la hipótesis de autocorrelación en el modelo permitiendo comprobar que las observaciones incluidas son aleatorias e independientes (Ver Anexo 6.). De este modo no se rechaza la hipótesis nula que permite comprobar que los residuos son independientes (H_0 : hay independencia en los residuos).

7.4 Modelo SARIMA de predicción estacional

Para validar la consistencia del modelo estimado, se realiza la proyección fuera de muestra para el periodo 2014:01 2014:12 para luego realizar una comparación de la variación del precio estimado con la variación del precio real con el fin de establecer que tanto se ajusta el modelo estimado con la realidad.

Este proceso se hace en Eviews por medio de un pronóstico estático que consiste en utilizar valores reales en lugar de valores pronosticados (en este caso datos del test) siempre y cuando existan datos disponibles. Por ejemplo, si se va a hacer un pronóstico de 11/2014 y 12/2014, la predicción para diciembre de 2014 se realizará con datos reales conocidos del mes de noviembre de 2014 a diferencia de

un pronóstico dinámico en el cuál se utiliza el valor estimado anteriormente y no el valor real del periodo precedente.

La ventaja de utilizar el método estático es que permite comprobar el grado de error de las estimaciones lo cual se traduce en un criterio a posteriori básico para verificar la validez y calidad del modelo.

En la Tabla 1, se presentan los valores reales (VPRECIOS) y estimados (VPRECIOSF) de la variación del precio de la papa Diacol Capiro donde se aprecia que el modelo capturó un número significativo de veces la tendencia del signo.

Tabla 1. Valores reales y estimados de la variación del precio de la papa Diacol Capiro, obtenidos en el modelo SARIMA

Fecha	Y_t	\hat{Y}	ε_i	ε^2	
ene-14	0.5434	-0.0580	0.6013	0.3616	
feb-14	0.1951	0.1220	0.0731	0.0053	
mar-14	0.3343	0.2711	0.0632	0.0040	
abr-14	0.3846	0.1947	0.1899	0.0360	
may-14	0.1351	-0.1317	0.2667	0.0711	
jun-14	-0.1636	-0.1122	-0.0515	0.0026	
jul-14	0.0048	-0.2249	0.2297	0.0527	
ago-14	-0.2401	-0.1503	-0.0898	0.0081	
sep-14	-0.1029	-0.1640	0.0611	0.0037	
oct-14	-0.1027	-0.1275	0.0249	0.0006	
nov-14	0.0208	-0.2202	0.2410	0.0581	
dic-14	0.1993	0.1358	0.0635	0.0040	
ene-15	0.0911	0.0669	0.0243	0.0006	
				0.1435	RMSE

Fuente: Elaboración propia

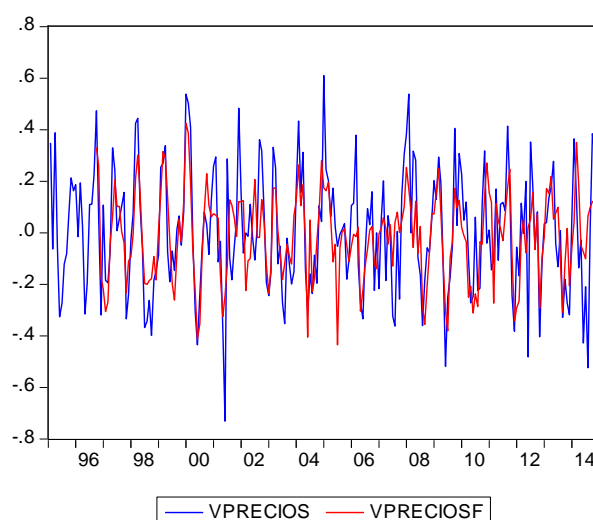


Figura 8. Pronóstico precios históricos mensuales de la papa Diacol Capiro
Fuente: Elaboración propia a partir de pronóstico en Eviews

8. METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN DEL MODELO DE RED NEURONAL ARTIFICIAL

Con el objetivo de proponer una metodología no lineal para el desarrollo de un modelo de pronóstico de la variación del precio de la papa Diacol Capiro, se estructura un modelo de una RNA³, el cual se construye a partir de los datos suministrados por FEDEPAPA y el IDEAM, respecto a los dos principales departamentos productores de papa a nivel nacional, tomando como variables explicativas los rezagos de la serie de la variación del precio de la papa Diacol Capiro, variables meteorológicas relacionadas con estas zonas geográficas de estudio y el índice de los fenómenos del niño y la niña.

Luego, se diseña la arquitectura de la RNA, definiendo el número de capas, el número de neuronas por capa, y la cantidad de secciones que conforman los inputs de entrada. Posteriormente, se establecen la regla de propagación, las funciones de transferencia, el algoritmo de aprendizaje, y el algoritmo de inicialización de pesos y umbrales, los cuales constituyen los elementos básicos para que la red empiece a operar.

Estimado el modelo de RNA, derivado de un proceso de optimización, se realiza la evaluación de los resultados de pronósticos fuera de muestra con el fin de seleccionar el tipo de red neuronal con mejor desempeño, comparándolo con el modelo SARIMA ya estimado en el capítulo anterior. Dicho modelo de RNA es seleccionado siempre y cuando mejore la capacidad predictiva obtenida en el modelo SARIMA.

Con el pronóstico resultado de la RNA se procede a la estructuración de un instrumento financiero derivado con el propósito de cubrir los riesgos asociados a la volatilidad de la variación del precio de la papa Diacol Capiro.

³ La red neuronal utilizada para este estudio involucra además de la serie de la variación del precio de la papa Diacol Capiro y sus rezagos, diferentes variables meteorológicas, y una variable del índice de los Fenómenos climáticos del Niño y la Niña.

8.1 Delimitación geográfica de la zona de estudio

La zona de estudio se escogió con base al siguiente criterio:

Principales departamentos productores de donde proviene aproximadamente el 95% de la papa que se comercializa en Bogotá, negociada directamente con el productor en la central de Corabastos (según información de una fuente directa en Fedepapa); de donde se obtiene como resultado Cundinamarca y Boyacá (Figura 9).

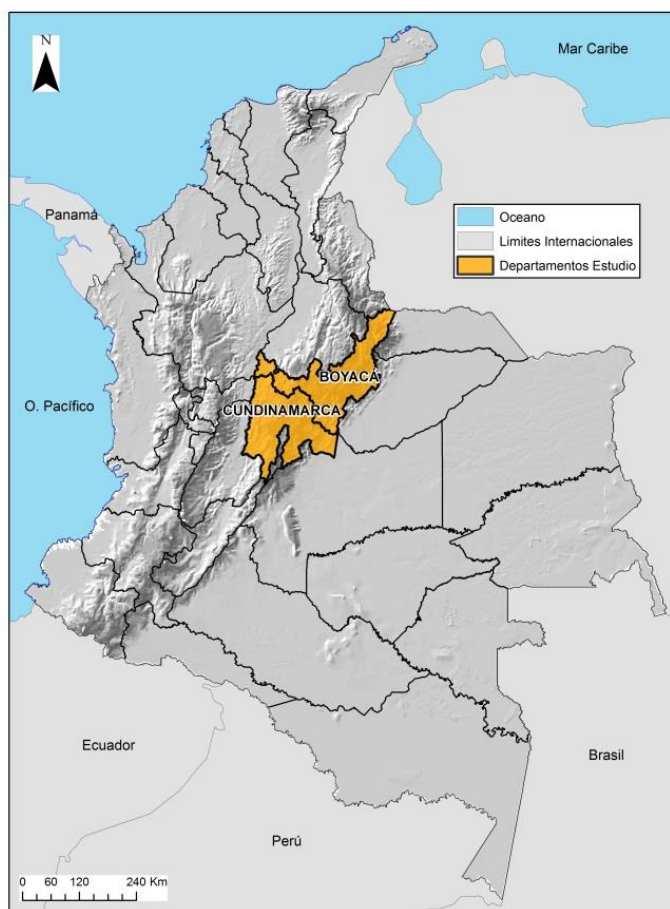


Figura 9. Zona de estudio
Fuente: Elaboración propia

En cuanto a las estaciones climatológicas seleccionadas en cada uno de estos dos departamentos, los datos para el estudio fueron elegidos de acuerdo a los siguientes criterios:

Se tomó como referencia las estaciones principales: La UPTC en Boyacá, TIBAITATA y LA COSECHA en Cundinamarca (Ver Figura 10), por ser las estaciones más importantes en cuanto a la calidad de la información y disponibilidad de registros históricos de cada variable contemplada para el desarrollo del modelo.

Además de las anteriores, se tomaron otras estaciones complementarias:

- a) En el departamento de Boyacá, las estaciones fueron escogidas según las provincias de los principales municipios productores de papa.

Fuente: Gobernación de Boyacá.

- b) En el departamento de Cundinamarca, las estaciones fueron escogidas según los municipios con mayor nivel de producción de papa.

Fuente: Boletín del Sector Agropecuario, Estadísticas de Cundinamarca.

En la siguiente tabla se presentan el total de estaciones incluidas en el estudio:

Tabla 2. Estaciones meteorológicas seleccionadas para el estudio

Código	Estación	Latitud	Longitud	Elevación
24035130	UPTC (Principal)	533	7321	2690
24015220	Villa Carmen	530	7329	2600
24015300	Villa de Leiva	539	7332	2215
24025030	La Sierra	558	7309	2700
24035120	Surbata Bonza	548	7304	2485
24035150	Belencito	546	7253	2530
24035170	Tunguavita	544	7306	2470
24035340	Apto A Lleras C	540	7258	2500
35075010	Nuevo Colon	521	7327	2438
21205420	TIBAITATA (Principal)	441	7412	2543
21205910	LA COSECHA (Principal)	459	7400	2600
23065120	La Cabrera	359	7429	2585

Fuente: Elaboración propia a partir de datos suministrados por el IDEAM

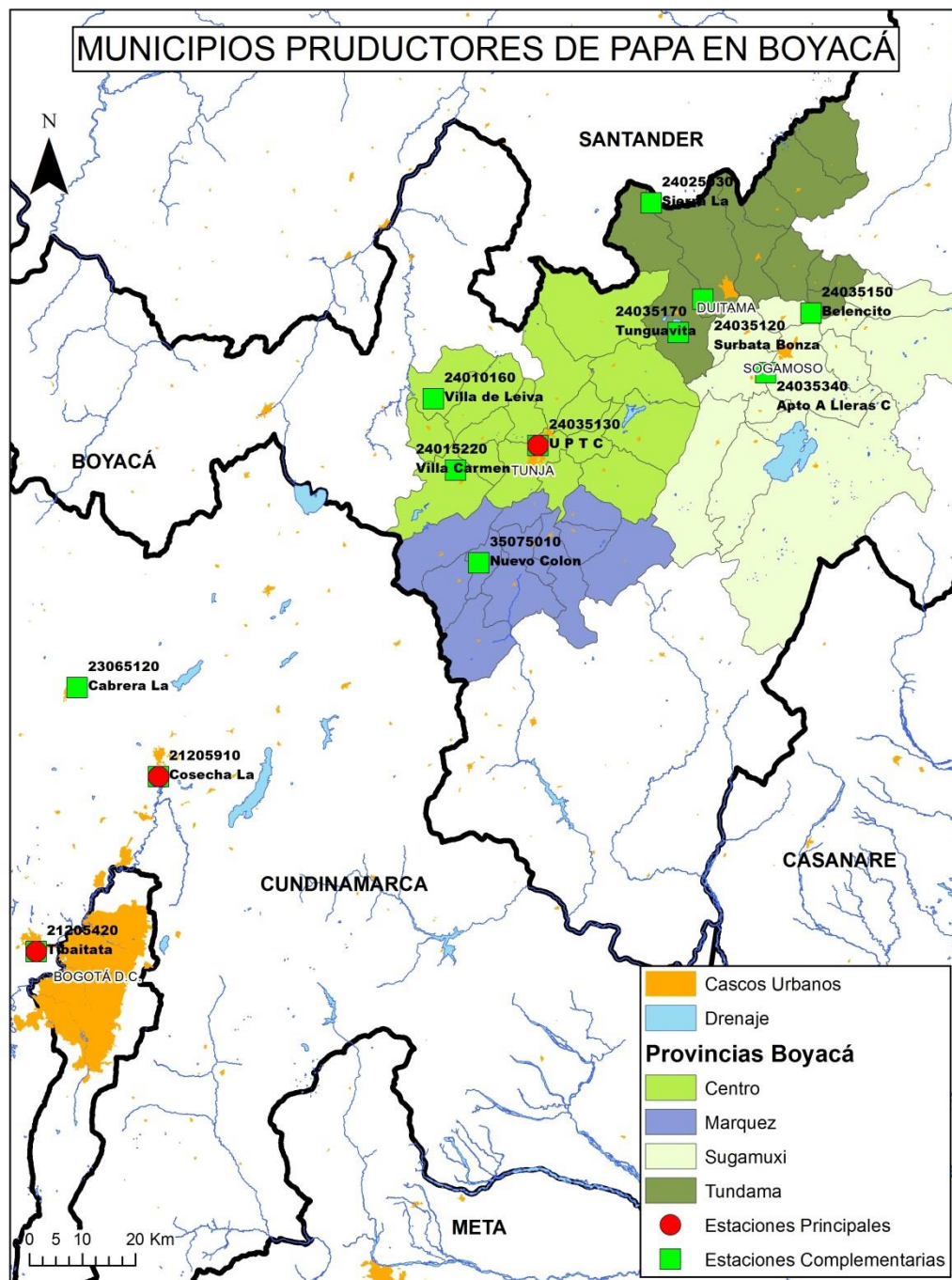


Figura 10. Provincias de los principales Municipios productores de papa en Boyacá
Fuente: Elaboración propia

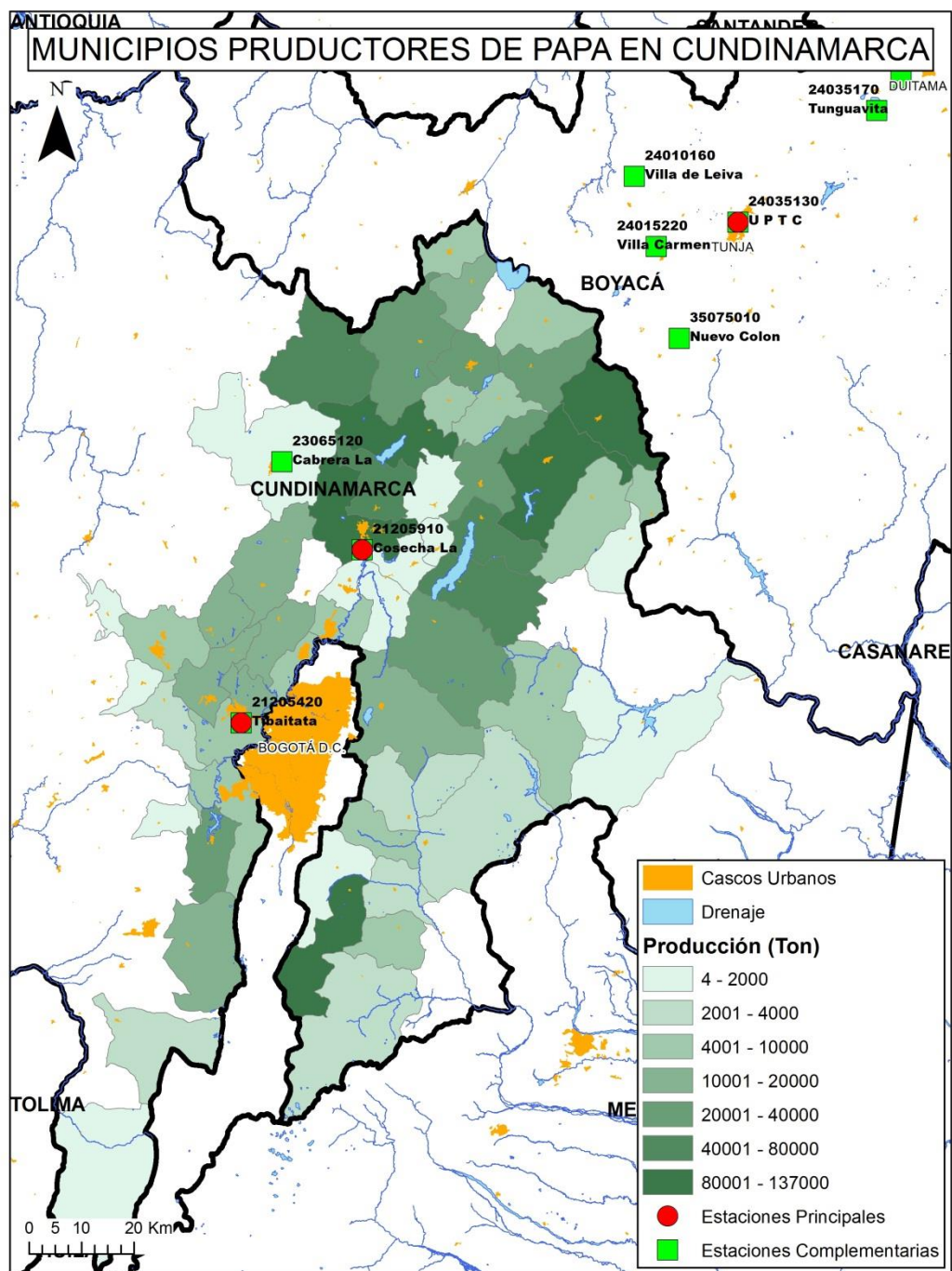


Figura 11. Municipios con mayor nivel de producción de papa en Cundinamarca
Fuente: Elaboración propia

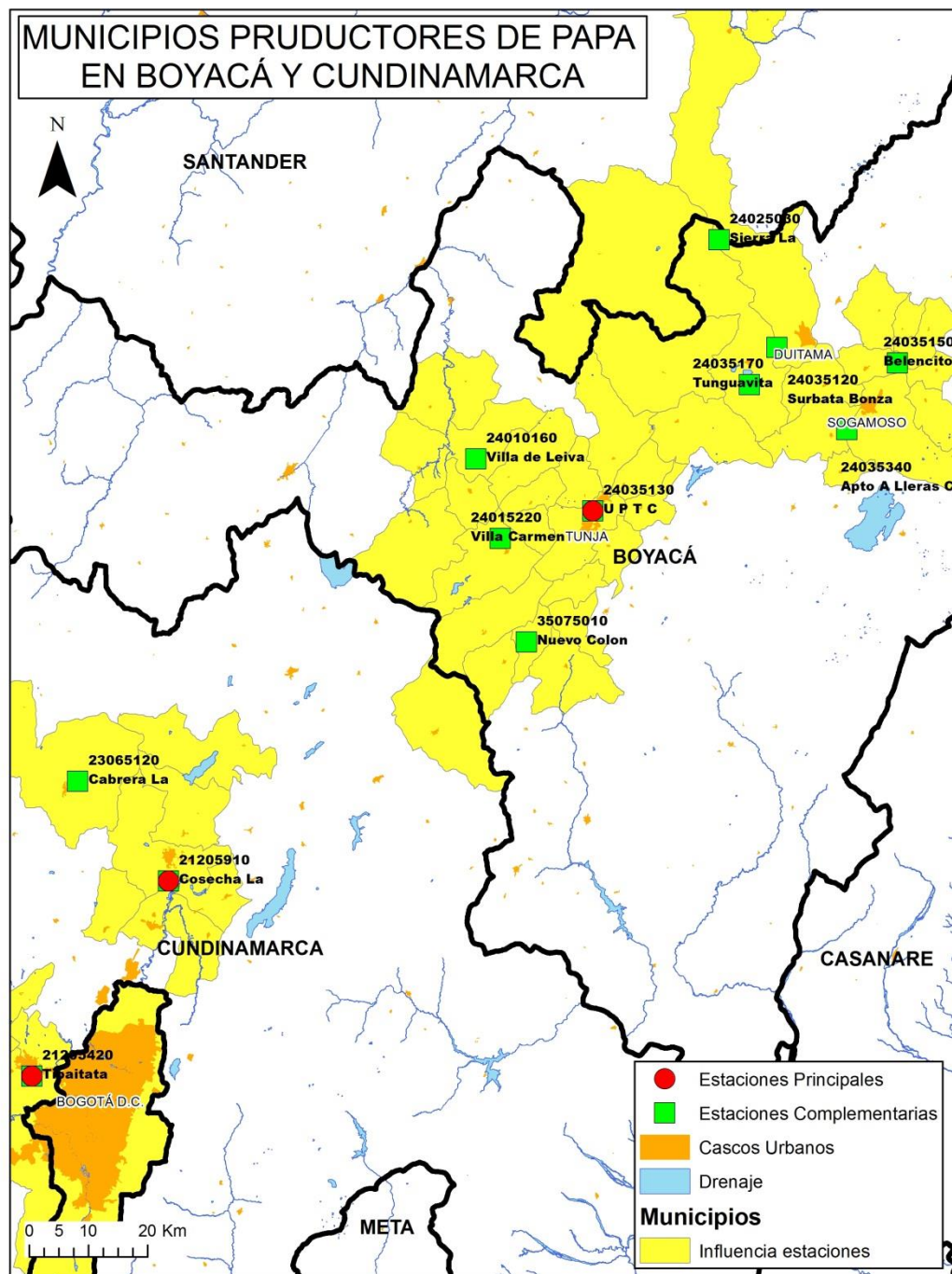


Figura 12. Zona de cobertura de las estaciones meteorológicas de este estudio
Fuente: Elaboración propia

8.2 Caracterización de la RNA en este estudio

Dentro de las ventajas que ofrecen las RNA, desde el punto de vista de su proceso de aprendizaje, está la capacidad de aprender con base a la experiencia (entrenamiento previo). Para este caso, el tipo de aprendizaje utilizado es el supervisado basado en patrones generados a partir de la experiencia, el cual conduce a la determinación de una salida deseada, que en el presente proyecto es la variación del precio de la papa Diacol Capiro. Con esta información la red realiza cambios aleatorios en los parámetros (pesos sinápticos), ajustándolos con el propósito de aproximarse al patrón de salida esperado.

El tipo de red utilizada en este estudio es un MLP⁴, con una capa oculta y una neurona en la capa de salida.

El tipo de arquitectura de red y el número de capas ocultas se ha determinado teniendo en cuenta que han sido utilizados en la práctica por distintos autores en estudios similares, en la siguiente tabla se muestran algunos referentes:

Tabla 3. Referentes académicos para la elección del tipo de arquitectura de la RNA

Autor(es)	Tema de pronóstico	Arquitectura	Nº capas ocultas
Ascencio et. al (2010) - México	Pronóstico para el rendimiento del trigo usando RNA	MLP	Single hidden layer
Foix et. Al (2007) - Chile	Pronóstico del precio del cobre mediante RNA	MLP	Single hidden layer
Kohzadi et. al (1995) -EE.UU	Pronóstico de precios de commodities : Ganado en pie y trigo usando RNA	MLP	Single hidden layer
Chen X et. al (2012) - Australia	Pronóstico de precios al contado en intervalos de media hora en el mercado de electricidad de Australia usando RNA	MLP	Single hidden layer
Hosseinioust et. al (2014) - Malasia	Pronóstico del precio de la palma de aceite en Malasia usando RNA	MLP	Single hidden layer

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a cada conjunto conformado por las variables que explican la variable dependiente, este modelo de red estará conformado por dos secciones que alimentan al modelo:

⁴ El MLP es un tipo de red neuronal artificial de alimentación hacia adelante, la cual tiene un movimiento unidireccional de una capa a otra, con la característica de que durante su recorrido por la red no se retroalimenta ni retrocede en ningún momento.

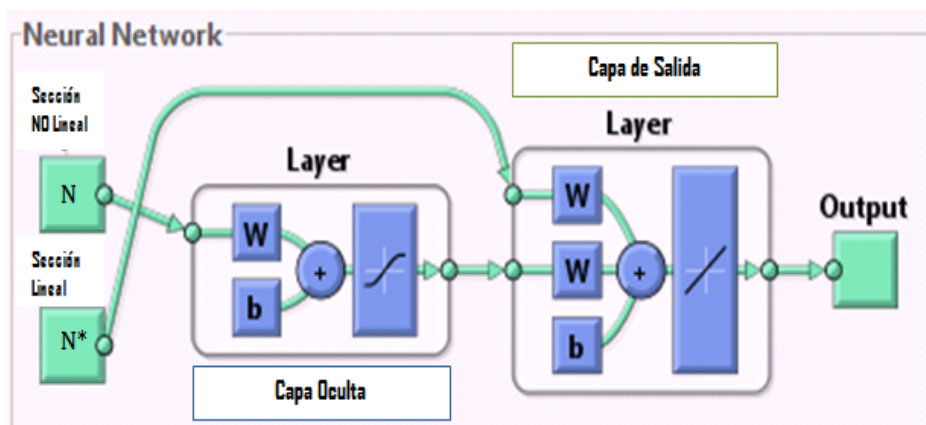


Figura 13. Estructura general de la RNA usada en esta investigación
Fuente: Elaboración propia - adaptación a partir de Matlab

Una sección lineal (denotada por N^*), conformada por los rezagos significativos obtenidos a partir de la serie de la variación del precio de la papa Diacol Capiro, de las series de las variables meteorológicas, y de la serie de la variable del índice del fenómeno del niño y la niña (cuya metodología de selección se hace por la técnica de Stepwise en Eviews, la cual se describe en las secciones siguientes)

Una sección no lineal (denotada por N), conformada por las siguientes series: Primeros 11 rezagos de la serie de la variación del precio de la papa Diacol Capiro, de las variables meteorológicas y del índice del fenómeno del niño y la niña, y dada la estacionalidad anual de la serie, adicionalmente los rezagos 12,24,36, y 48.

La selección del número de neuronas de la capa oculta se obtendrá a partir de pruebas entre 1 y 6 neuronas, lo cual es una regularidad empírica observada en trabajos similares que involucran pronósticos a través de RNA; Tales como el de (Jalil & Misas, 2007, p.25); (Salazar, 2009, p.24); (Velásquez, Franco & García, 2009, p.47); (Akintola, Alese & Thompson, 2011, p.467); (Arango & Velásquez, 2014, p.723). Por otro lado, según la experiencia de otros autores en el campo académico, no existe una selección determinista en este aspecto, que asegure el éxito en una investigación, pero es posible manejarlo de acuerdo a la experiencia y criterio de cada investigador.

Las funciones de activación seleccionadas son:

1. Función tangente sigmoidea para una primera estimación y Logística sigmoidea para una segunda estimación; en la capa oculta.
2. Función identidad en la capa de salida

Como regla de propagación se utiliza la suma ponderada de todas las entradas⁵.

De modo que, la arquitectura de la RNA para este estudio queda ilustrada de la siguiente manera:

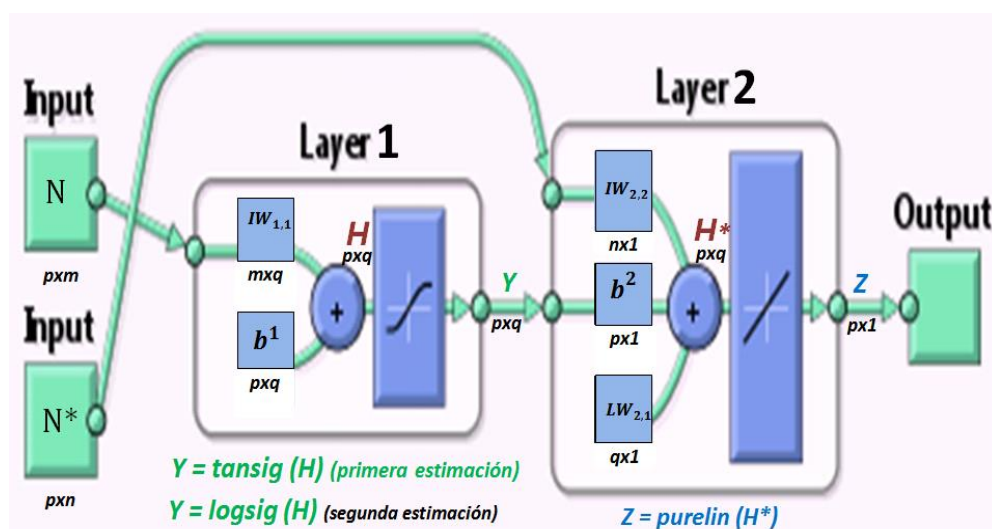


Figura 14. Estructura específica de la RNA usada en esta investigación

Fuente: Elaboración propia - adaptación a partir de Matlab

Donde,

q , es el número de neuronas en la capa oculta

m , es el número de variables de entrada de la sección no lineal (N)

b^i , es la matriz que representa los umbrales de cada capa

LW_{ij} , es la matriz que representa los pesos entre la capa de salida i y la capa oculta j

.

⁵ Esta regla de propagación puede ser una combinación lineal, cuadrática o polinomial; la más utilizada es la suma de todas las entradas de forma ponderada, como en este caso.

IW_{ij} , es la matriz que representa los pesos entre la capa oculta i y el conjunto de entrada j .

H y H^* , son las matrices resultado después de aplicada la regla de propagación

Y , es la matriz resultado después de aplicada la función de transferencia en la capa oculta.

Z , es la matriz resultado después de aplicada la función de transferencia en la capa de salida.

Después de definida la arquitectura de la red y todos sus parámetros se definió la división del conjunto de datos por el método de *validación cruzada*⁶ Montenegro (2005), para el análisis dentro de muestra y fuera de muestra así:

- 227 datos (95% del total) para entrenamiento y validación para análisis dentro de muestra.
- 12 datos (5% del total) para test para análisis fuera de muestra.

Esta distribución % de los datos se aplica también al conjunto de variables de entrada y al conjunto de datos de la variable de salida de la red.

A continuación se presenta un resumen de los porcentajes dados al tamaño de los conjuntos de entrenamiento y evaluación de algunas investigaciones relevantes en las cuales también utilizan las RNA para pronóstico:

Tabla 4. División del conjunto de datos

Researches and Date	Data Type	Training / Test Size
Arango y Velásquez (2014)	IGBC, S&P 500, NASDAQ, TRM, y WTI	91% / 9%
Cruz (2009)	Precios de cierre de futuros de Cetes 91 días	80% / 20%
Velásquez et al (2009)	Demanda mensual de electricidad en GWh	85% / 15%
Salazar (2009)	Datos trimestrales del PIB	86% / 11%
Jalil y Misas (2007)	Datos diarios de la tasa de cambio nominal	95% / 5%
Kohzadi et al (1996)	Precio mensual del ganado y del trigo	91% / 9%
Vishwakarma (1994)	Datos económicos mensuales	92% / 8%
Gorr et al (1994)	Promedio de calificaciones de estudiantes	90% / 10%
Ginzburg and Horn (1994)	Manchas solares anuales	87% / 13%
Chakraborty et al (1992)	Serie de datos mensuales	90% / 10%
De Groot and Wurtz (1991)	Manchas solares anuales	87% / 13%

Fuente: Basado en Zhang, Patuwo y Hu (1998)

⁶ Método que sugiere utilizar cierto % del total de la muestra para la estimación del modelo y el % restante para la evaluación del mismo.

8.3 Selección de las variables explicativas del modelo:

Las variables meteorológicas del modelo fueron seleccionadas tomando como referencia estudios importantes encontrados en investigaciones académicas dentro de las cuales se pueden resaltar las siguientes:

Tabla 5. Referentes para elección de variables meteorológicas de la RNA

Fernández (2009). Efecto del fenómeno El Niño en el agrosistema de papa y sus impactos socioeconómicos en los departamentos de Cundinamarca y Boyacá para el periodo de 1976-2006.
Rojas (2011). Evaluación del desarrollo del cultivo de papa bajo escenarios de variabilidad climática interanual y cambio climático, en el sur oeste de la Sabana de Bogotá.
Díaz et al (2012). Uso del modelo AquaCrop para estimar rendimientos agrícolas en Colombia, en el marco del estudio de impactos económicos del cambio climático (EIECC). FAO, IDEAM, MDVR, DNP.
Rondón (2012). Análisis del comportamiento de precios de papa Parida Pastusa y DiacolCapiro en Colombia (1995-2011).
Confecampo (2008). Análisis del mercado de la papa en Colombia. Departamento Técnico, Confederación Empresarial del Campo de Colombia, Bogotá.

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a la revisión, respecto a la importancia en el cultivo, a continuación se presentan las variables seleccionadas para el modelo:

Tabla 6. Variables meteorológicas

Variable	Incidencia en el cultivo de la papa	Un. de medida
Temperatura	Intensidad calorífica	°C
Precipitación	Cantidad de agua (lluvia)	mms
Humedad relativa	Cantidad de agua que posee el aire	%
Punto de rocío	Condensación	°C
Brillo solar	Luz Solar	Horas Luz

Fuente: Elaboración propia

De estas variables se incluyeron en el estudio además, los valores medios, mínimos y máximos de algunas de las variables de modo que el conjunto total de variables quedo conformado de la siguiente manera:

Tabla 7. Variables meteorológicas totales

Nº	Variables Meteorológicas
1	Temperatura media mensual
2	Temperatura máxima absoluta mensual
3	Temperatura mínima mensual
4	Precipitación total mensual
5	Precipitación máxima mensual
6	Humedad relativa media mensual
7	Brillo solar total mensual
8	Punto de rocío - media mensual

Fuente: Elaboración propia

El estudio también involucra la variable de la evolución del índice de los fenómenos del niño y la niña ONI (°C), calculado por la NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration), cuya periodicidad es mensual.

Esta variable se incluye como variable explicativa ya que estos eventos climáticos además de ser recurrentes durante el periodo de tiempo analizado, tienen un alto grado de relación con los registros históricos de la variación de los precios de la variación de los precios de la papa Diacol Capiro, tal como se ilustra en la Figura

Relación de eventos climáticos con la variación del precio de la papa Diacol Capiro

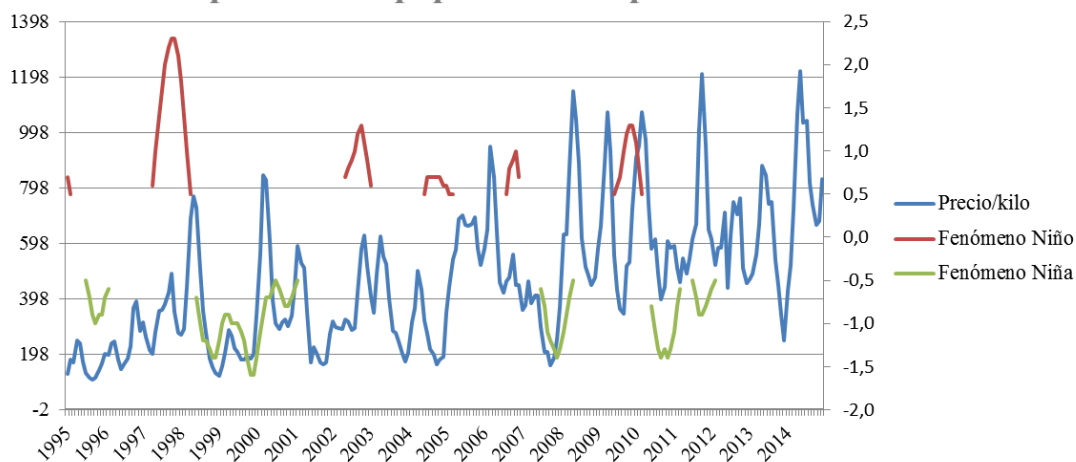


Figura 15. Fenómenos del clima Niño-Niña y su relación con la variación histórica del precio de la papa Diacol Capiro durante el periodo 1995-2014

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de FEDEPAPA y la NOAA

La presencia del niño y la niñas tienen unas afectaciones peculiares en nuestra zona de estudio, cuando hay presencia del fenómeno del niño se presenta mayor intensidad

de lluvia en contraste cuando se presenta la niña es periodo de sequía. De ahí se puede llegar a una aproximación al comportamiento de los precios y que cuando hay presencia de niña hay mucha agua, alta producción y por consiguiente precios bajos, mientras que cuando hay presencia de niño hay poca agua, baja producción y los precios aumentan debido a que la oferta no alcanza a satisfacer completamente la demanda en el mercado.

Dado que se cuenta con un número significativo de series de datos por variable, provenientes del registro histórico reportado por las 11 estaciones meteorológicas consultadas en el IDEAM, se propone hacer reducción de dimensión de datos mediante la descomposición de la varianza por medio de la técnica de Análisis de Componentes Principales.

8.4 Análisis de Componentes Principales (ACP)

El ACP es una técnica estadística que sirve para hacer reducción de dimensión de un número significativo de variables. Es decir, ante un modelo que contenga muchas variables, el objetivo que se busca por medio de ACP es reducirlas a un número menor de modo tal que en este proceso se pierda la menor cantidad de información posible. Los nuevos componentes principales obtenidos serán una combinación lineal de las variables originales e independientes entre sí.

Se tomaron las series de datos disponibles por cada una de las 12 estaciones climáticas y por cada variable, se agruparon en un documento de Excel para importar al programa SPSS con el cual se hizo el ACP. A continuación se muestra un ejemplo:

Tabla 8. Ejemplo de agrupación de datos de todas las estaciones de la variable precipitación máxima para correr el proceso de ACP en SPSS

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Fecha	PREC MAXIM	PREC MAX VI	PREC MAX VI	PREC MAX SI	PREC MAX S	PREC MAX B	PREC MAXIM	PREC MAXIM	PREC MAXIM	PREC MAX TI	PREC MAX LI	PREC MAX LA
ene-95	1,0	1,2	2,6	7,0	12,6	3,2	7,1	3,6	5,7	2,8	5	9,5
feb-95	12,7	19,8	26,6	23,6	17,6	10,0	9,4	8,3	5,2	12,0	40	43,0
mar-95	14,5	33,5	38,0	30,3	17,3	30,8	26,1	16,3	35,0	21,0	0,4	36,0
abr-95	13,5	10,6	14,3	30,8	22,3	39,8	21,4	27,5	17,0	19,2	0	37,0
may-95	14,5	16,0	8,0	15,8	19,0	48,7	13,1	15,0	11,7	11,5	40	33,0
jun-95	11,3	21,7	15,0	23,7	24,4	17,8	30,9	23,0	15,2	24,3	20	31,5
jul-95	7,6	6,9	10,0	31,4	9,5	11,9	15,0	16,4	16,2	10,4	20	20,1
ago-95	21,4	13,2	19,0	22,4	12,4	8,5	17,7	23,6	9,2	8,7	12	31,7
sep-95	16,6	12,7	31,5	20,3	17,0	12,0	17,8	9,6	26,2	35,6	11	39,3
oct-95	66,9	13,8	36,4	39,2	21,4	17,8	38,2	42,5	18,7	18,9	10	36,5
nov-95	17,7	28,2	25,8	23,3	27,2	23,5	32,6	13,8	10,6	27,0	10	25,7
dic-95	8,0	11,8	27,5	31,3	26,2	24,6	27,8	15,5	17,5	25,5	11,6	36,7
ene-96	11,4	42,0	24,5	25,4	9,0	37,9	7,3	20,0	11,9	5,9	11	39,7
feb-96	13,2	12,6	20,0	22,9	21,8	31,2	8,2	3,5	21,8	11,9	16	32,3
mar-96	11,1	56,5	23,0	17,3	11,3	24,5	26,6	13,0	12,9	36,2	39	38,4
abr-96	14,7	17,3	33,0	31,4	25,6	20,5	38,0	46,3	25,2	24,5	95	26,0
may-96	19,8	15,3	19,5	33,5	17,0	17,5	22,2	13,0	30,8	17,9	35	29,4
jun-96	15,0	18,5	27,2	36,8	15,9	17,0	15,6	16,3	15,9	27,2	12	21,0
jul-96	10,8	14,2	31,9	20,8	18,8	16,5	43,5	14,7	22,0	9,0	43	32,0
ago-96	12,5	10,9	13,0	29,9	32,2	12,6	24,3	11,4	9,2	8,7	10	17,2
sep-96	5,3	13,2	27,4	35,8	15,1	35,0	16,0	8,0	16,2	12,4	10	14,0
oct-96	13,8	32,9	34,2	30,0	31,1	18,0	38,4	24,6	24,0	16,8	12	46,2
nov-96	23,5	30,6	27,0	38,0	12,9	27,7	24,5	29,3	8,2	11,3	20	16,6
dic-96	13,4	6,8	12,0	10,8	23,1	6,2	26,0	4,3	38,6	5,7	7	26,7
ene-97	22,6	19,6	27,0	32,1	18,0	14,7	17,6	39,0	14,6	12,6	15	37,3
feb-97	4,8	7,8	17,2	21,9	9,5	4,2	11,3	8,0	4,2	7,6	12	22,0

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del IDEAM

Después de agrupar cada una de las variables por estación, por medio del ACP, se tomaron las series de datos disponibles por cada variable y se redujo la dimensión así:

Se unió la serie de datos mensuales de temperatura media de cada una de las estaciones climáticas, sobre estas se hizo ACP y se tomó la primera componente (indicador sintético) para introducir en el modelo.

Como ejemplo, se presenta el procedimiento para la variable Brillo Solar:

Se analizó el test KMO⁷ para determinar si el grado de relación entre las variables fue significativo, encontrando que según los resultados de 0,936 fue bastante alto. Por lo tanto, el modelo es significativo para agrupar las 12 estaciones de estudio con los datos de esta variable, reduciéndola en una sola serie de datos (Indicador sintético). A continuación se presentan los resultados del test:

⁷ Kaiser-Meyer- Olkin

Tabla 9. Resultados test KMO de la variable brillo solar

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		,936
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	2643,005
	df	45
	Sig.	,000

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

De las 12 estaciones analizadas se encontró que 10 de ellas tienen un alto grado de relación, siendo capaz de explicar la varianza en un 69,27%, así:

Tabla 10. Resultados de la explicación de la varianza por medio de ACP variable

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	6,927	69,268	69,268	6,927	69,268	69,268
2	,841	8,409	77,677			
3	,615	6,154	83,830			
4	,363	3,629	87,459			
5	,294	2,936	90,395			
6	,251	2,508	92,903			
7	,229	2,286	95,189			
8	,194	1,944	97,133			
9	,146	1,459	98,593			
10	,141	1,407	100,000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Brillo solar. Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Las 10 estaciones seleccionadas por medio del ACP para la variable Brillo Solar fueron las siguientes:

Tabla 11. Estaciones seleccionadas al correr ACP para la variable Brillo solar

Component Matrix ^a	
	Component
	1
BRILLOSOLTOT UPTC	,908
BRILLOSOLTOT TUNGUAVITA	,905
BRILLOSOL TIBAITATA	,882
BRILLOSOLTOT BELENCITO	,855
BRILLOSOLTOT APTO A LLERAS	,854
BRILLOSOL SURBATA BONZA	,847
BRILLOSOL VILLA CARMEN	,842
BRILLOSOL VILLA DE LEIVA	,814
BRILLOSOL SIERRA LA	,773
BRILLOSOLTOT NVOCOLON	,598

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. 1 components extracted.

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Por medio de la siguiente figura se puede observar que la primera componente explica en mayor medida la varianza del conjunto de las series de la variable Brillo solar, por lo tanto se tomó únicamente el primer indicador sintético.

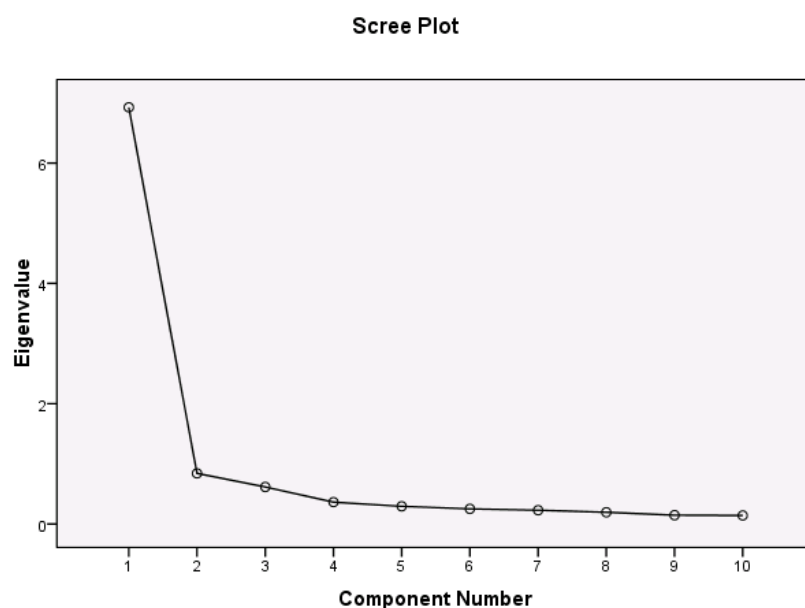


Figura 16. Explicación de la varianza de la variable Brillo Solar a partir de ACP

Fuente: Elaboración propia a partir de SPSS

Este mismo procedimiento se hizo con todas las variables meteorológicas contempladas para el modelo tales como: temperatura mínima, temperatura máxima, precipitación total, precipitación máxima, humedad relativa, brillo solar y punto de rocío.

8.5 Metodología para la selección de las variables explicativas

Después de seleccionar las posibles variables explicativas de la serie de la variación mensual del precio de la papa Diacol Capiro, reduciéndolas por medio de Análisis de Componentes Principales, cada una de estas variables sintéticas y sus rezagos se evaluaron a partir de la metodología Stepwise⁸ definida por Swanson & White (1995), para determinar el conjunto final de variables, que de acuerdo a este criterio son las que mejor se ajustan al modelo. Es importante notar, que los resultados obtenidos a partir de la regresión permiten hacer la inclusión de estas variables al modelo según el orden de importancia.

El resultado que se obtiene conforma el conjunto de variables explicativas a incluir en la sección lineal de la RNA, así como el orden de entrada de las variables al modelo, derivado de la capacidad explicativa de cada variable.

Los resultados obtenidos al correr la metodología Stepwise fueron los siguientes:

29 variables explicativas significativas, así:

<i>Tabla 12. Resultado variables significativas por medio de Stepwise</i>	
Variables explicativas significativas	Variable original/Rezagos
Temperatura media sintética	2 - 4 - 9 - 11
Temperatura mínima sintética	1 - 5 - 6 - 7 - 10 - 11 - 48
Temperatura máxima sintética	Variable original
Variación precio papa Diacol Capiro	1 - 4 - 7 - 8 - 10 - 12 - 24
Precipitación total	1
Precipitación máxima	Variable original - 8 - 36
Brillo solar	1 - 3 - 4 - 7 - 8
Índice del fenómeno del niño y la niña	9

Fuente: Elaboración propia a partir de Eviews

⁸ Se construye a partir de una regresión lineal en la cual se define como variable dependiente la variación del precio de la papa y como variables explicativas todo el conjunto de variables seleccionadas para este estudio con sus respectivos rezagos a evaluar.

8.6 Selección del algoritmo de aprendizaje

La importancia de hacer una buena elección del algoritmo de aprendizaje está dada en que este tenga la suficiente consistencia para lograr encontrar los mínimos “globales” o mínimos locales significativos, de la función que se quiere optimizar.

Uno de los algoritmos de aprendizaje comúnmente usados para redes neuronales es el Backpropagation, según Rumelhart & Mc Clelland (1986), sin embargo, éste presenta una marcada debilidad en el sentido de que tiende a aproximarse a mínimos locales no significativos, para la determinación de los pesos óptimos, ya que la derivada de la función se acerca a cero aún en presencia de valores positivos o negativos. Este hecho ocasiona que el gradiente tienda a cero causando cambios en los pesos, aun cuando estos se encuentren alejados de su valor óptimo.

En este sentido el Algoritmo de aprendizaje que se usará en el estudio será el Resilient Backpropagation “RPROP”, según Riedmiller & Braun (1993) puesto que tiene una mejor aproximación a la corrección de los pesos y umbrales, ya que en este caso la derivada solo es útil para la determinación del signo de la actualización de los pesos, es decir, su magnitud no tiene efecto en la actualización de estos. Este algoritmo hace un ajuste automático de sus propios parámetros durante el proceso de entrenamiento y a diferencia del otro algoritmo mencionado logra una mejor velocidad de convergencia.

El objetivo de este algoritmo es eliminar la influencia nociva de las magnitudes de las derivadas parciales sobre la magnitud de la corrección y adaptación de los parámetros de la red.

Para seguir esta metodología de aprendizaje es necesario que la función de activación de las neuronas de la red sea continua, y diferenciable. Para ello normalmente se usa una función de tipo sigmoideal cuyos rangos están entre (-1 y +1). Para este estudio las funciones usadas son logsig y tansig, de modo que cumplen con las características mencionadas.

En cuanto a la actualización de los pesos este algoritmo se determina básicamente por los siguientes supuestos:

1. El valor de actualización de los pesos y umbrales se incrementa por un determinado factor (Δ_i), siempre y cuando la derivada de la función del error con respecto a un peso específico mantenga el mismo signo durante dos iteraciones sucesivas.
2. El valor de la actualización de los pesos y umbrales disminuye por un determinado factor (Δ_d), siempre y cuando la derivada de la función de error con respecto a un peso específico cambie de signo con respecto a la iteración anterior.
3. Si la derivada tiene el valor de 0, el valor de la actualización de los pesos y umbrales no presentará ninguna variación.
4. La variación de los pesos se reduce cuándo en sus iteraciones sucesivas estos tienden a oscilar.
5. La variación de los pesos se incrementa si los pesos se modifican en la misma dirección durante varias iteraciones.

La dinámica del funcionamiento de los diversos algoritmos que involucran la característica de Backpropagation consiste en que los patrones de entrada son introducidos en la red y propagados a través de las capas hasta llegar a la capa de salida. Luego, obtenidos todos los valores de salida de la red estos se comparan con la salida deseada para obtener el error entre lo estimado vs el valor esperado. Posteriormente se ajustan los pesos de la capa de salida proporcionalmente al error.

El proceso que sigue es pasar a la capa anterior con una retropropagación del error, ajustando los pesos y recorriendo toda la red hasta su primera capa. Cuando se termine este recorrido, habrán sido modificados todos los pesos de las conexiones de la red con esta metodología.

En este estudio teniendo en cuenta que el tipo de aprendizaje es supervisado se usa como función objetivo la suma de los errores al cuadrado:

$$E = \sum_{t=1}^n [v_t - \varphi(x_t, \hat{\theta})]^2$$

Siendo:

v_t , el valor de salida deseado

$\varphi(x_t, \hat{\theta})$, el valor de salida generado por la red

x_t , el vector de entradas de la red

$\hat{\theta}$, el vector de pesos e interceptos

n , la cantidad de patrones

Lo que se busca lograr por medio de esta función es que \mathbf{E} sea lo más cercano a 0, ya que la modificación de los parámetros se realiza buscando que la salida de la red se aproxime al máximo con el patrón de salida deseado. Por eso el aprendizaje se formula con un esquema de minimización de los errores al cuadrado. En este proceso los pesos y umbrales se corrigen de forma iterativa a medida que la red se adapta al comportamiento esperado, estas iteraciones se llevan a cabo hasta que la red hace el recorrido necesario para lograr encontrar el mínimo valor de \mathbf{E} .

Para inicializar los pesos de cada neurona se debe usar algún método aleatorio, en este caso se usa el algoritmo de inicialización de pesos aleatorios pequeños propuesto por Nguyen & Widrow (1990), el cuál se profundiza en el siguiente apartado.

8.7 Algoritmo de pesos y umbrales iniciales Nguyen Widrow

La determinación de los pesos iniciales en una RNA es fundamental para que el comportamiento de esta sea eficiente, de modo que con una adecuada parametrización se logra fácilmente que esta generalice bien con un reducido número de iteraciones.

Los métodos para la selección de pesos y umbrales iniciales están definidos como técnicas de búsqueda de mínimos locales de la función objetivo, con una inicialización aleatoria de los pesos que se distribuye de forma uniforme en un rango definido $[-\beta, \beta]$

Un algoritmo de inicialización comúnmente utilizado para este fin es el de Nguyen Widrow, el cual inicializa los pesos aleatoriamente desde distintos intervalos con el fin de acelerar la convergencia hacia mínimos locales óptimos en la función. Para este caso se llevarán a cabo 30 estimaciones, por cada arquitectura de RNA, inicializando con diferentes valores los pesos y umbrales iniciales.

El algoritmo a utilizar está definido por la siguiente metodología, basada en (García Díaz, 2014, p.38):

1. Se calcula un parámetro $\beta = 0.7 Q^{\frac{1}{k}}$, donde k es el número de variables de entrada que se dirigen hacia la capa objetivo, y Q es el número de neuronas de esta capa objetivo (oculta o de salida, según el caso).
2. Para cada neurona oculta i , se establece un peso preliminar $VPR_{i,j}$ para todas sus conexiones con las neuronas de entrada j . Cada $VPR_{i,j}$ se elige aleatoriamente en el intervalo $[-0.5, 0.5]$.
3. Se calcula $||VPR_{i,j}|| = \sqrt{VPR_{i,1}^2 + VPR_{i,2}^2 + \dots + VPR_{i,k}^2}$, con $i=1,2,\dots, Q$
4. Se inicializa cada peso $VPR_{i,j} = \frac{\beta * VPR_{i,j}}{||VPR_{i,j}||}$
5. Se inicializa cada umbral $VPR_{i,0}$ con un valor escogido aleatoriamente en el intervalo $[-\beta, \beta]$.

9. RESULTADOS

Como parte de la evaluación del mejor modelo, se comparan los resultados obtenidos en cada uno de ellos a partir del estadístico de error: $RMSE$, el cual mide la dispersión de los errores, con el fin de medir la precisión del pronóstico, es decir, que tanto se acercan o se alejan, en promedio, los valores de pronóstico con respecto a los valores reales. Si el valor del $RMSE$ es pequeño, significa que los valores del

pronóstico son muy aproximados a los valores reales, y si el $RMSE$ es grande, significa que existen grandes errores en el pronóstico.

Estadístico	RNA TanSig	RNA LogSig	SARIMA
RMSE	En proceso	En proceso	0.2163

Para la elección del mejor modelo se realiza una prueba sobre capacidad predictiva entre el mejor modelo SARIMA estimado y el mejor modelo de RNA estimado, como primera etapa. Encontrada la mejor RNA que supera el SARIMA se continúa en la búsqueda de una segunda RNA que supere la prueba de capacidad predictiva entre el mejor modelo de RNA estimado y el segundo mejor modelo de RNA.

Un test bastante apropiado para evaluar esta capacidad predictiva entre dos modelos es el propuesto por *Diebold y Mariano (1995)*. Este test tiene como hipótesis nula la no diferencia en la capacidad predictiva de dos modelos de pronóstico alternativos, en el presente caso, los modelos SARIMA y RNA, así:

$$H_0: E(d_t) = 0. \text{ Con } d_t = g(e_{SARIMA}) - g(e_{RNA}).$$

Donde g es una función de pérdida, que bien puede ser $g(y_t, \hat{y}_t) = |e_t|$

El estadístico estandarizado de *Diebold y Mariano* (en adelante DM) se define de la siguiente manera:

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{2\pi\hat{f}_d(0)}{T}}} \xrightarrow{d} N(0,1), \text{ Donde:}$$

- (1) $2\pi\hat{f}_d(0) = \sum_{\tau=-(T-1)}^{T-1} \hat{\gamma}_d(\tau)$
- (2) $\hat{\gamma}_d(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=|\tau|+1}^T (d_t - \bar{d})(d_{t-|\tau|} - \bar{d}); \text{ para } 0 \leq \tau < h.$
- (3) $\hat{\gamma}_d(\tau) = 0; \text{ para } \tau \geq h.$
- (4) h : horizonte de pronóstico. En el presente caso $h=1$.

Teniendo en cuenta que los modelos de RNA hasta el momento de la presentación del documento aún no habían finalizado su proceso de máquina, esta investigación se limita al uso del pronóstico obtenido por medio del modelo SARIMA para lograr el objetivo principal planteado.

La posibilidad de incluir los resultados finales, e introducir el análisis del mejor pronóstico entre la RNA y el SARIMA queda sujeta a la finalización del proceso del resultado de los modelos que en este momento están en curso.

Como resultado de las RNA a continuación se describen los modelos cuyo procesamiento está “En proceso”:

Tabla 13. Modelos de RNA que a la fecha se están corriendo

Modelo 1: Función de transferencia Logística sigmoidea en la sección no lineal, Función identidad en la sección lineal, una capa oculta, 30 arquitecturas de red, prueba de 1 hasta 6 neuronas en la capa oculta. Días máquina: 50 días
Modelo 2: Función de transferencia Tangente sigmoidea en la sección no lineal, Función identidad en la sección lineal, una capa oculta, 30 arquitecturas de red, prueba de 1 hasta 6 neuronas en la capa oculta. Días máquina: 47 días
Modelo 3: Función de transferencia Logística sigmoidea en la sección no lineal, Función identidad en la sección lineal, una capa oculta, 30 arquitecturas de red, prueba de 1 hasta 6 neuronas en la capa oculta. Días máquina: 35 días
Modelo 4: Función de transferencia Tangente sigmoidea en la sección no lineal, Función identidad en la sección lineal, una capa oculta, 30 arquitecturas de red, prueba de 1 hasta 6 neuronas en la capa oculta. Días máquina: 28 días

Fuente: Elaboración propia

Las variables explicativas para cada uno de los modelos son: Las 29 variables obtenidas mediante el método de Stepwise (en la sección lineal), 147 variables conformadas por la variable variación continua del precio, todas las variables meteorológicas, y la variable del índice del fenómeno del niño y la niña con los rezagos de 1 al 12, y 24,36,48.

10. DISEÑO DE UN INSTRUMENTO DERIVADO FINANCIERO SOBRE EL PRECIO DE LA PAPA DIACOL CAPIRO

A partir del pronóstico obtenido se propone el diseño de una opción financiera para que los productores de la papa DC se cubran ante variaciones extremas de su precio. Para valorar esta opción se usará la metodología de árboles binomiales; este método nos permitirá representar las diferentes trayectorias que podría tener la variación del precio de la papa DC durante la vida de la opción financiera.

La propuesta parte de entender que el productor tiene a su disposición un cultivo de papa DC para la venta a futuro, y para cubrir las variaciones que se pueden dar en el precio de la misma se le propondrá estar **largo** en un derivado, es decir, **compra** de una opción put. La cual le da el derecho a vender su cosecha en una fecha futura a un precio determinado. La matematización de esta propuesta se presenta a continuación:

Sea $u - 1$, el aumento proporcional en la variación del precio de la papa DC, en el caso que se dé un alza; $u > 1$.

Sea $1 - d$, la disminución proporcional en la variación del precio de la papa DC, en el caso que se dé una baja; $0 < d < 1$.

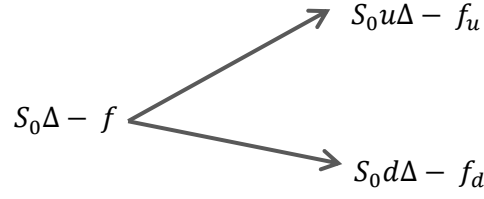
Sea f el precio de la opción en el tiempo 0

Sea f_u el precio de la opción en el futuro, dado un alza.

Sea f_d el precio de la opción en el futuro, dado una baja.

Sea T el plazo al vencimiento de la opción.

Por lo tanto, dado un alza, el valor del portafolio en el momento T estará dado por la siguiente expresión: $S_0 u \Delta - f_u$; y en el caso de darse una baja la expresión es: $S_0 u \Delta - f_d$.



Ahora se determina el valor de Δ , con base en el portafolio de mínimo riesgo, en el cual se da así: $S_0 u \Delta - f_u = S_0 d \Delta - f_d$. Despejando Δ tenemos que:

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_0 u - S_0 d}$$

Por ejemplo, en el caso de un alza, el valor del portafolio hoy será de: $(S_0 u \Delta - f_u)e^{-rT}$; y teniendo claro que, otra expresión para el valor del portafolio hoy es de $S_0 \Delta - f$; se igualan estas dos últimas expresiones obteniendo como resultado: $f = S_0 \Delta - (S_0 u \Delta - f_u)e^{-rT}$.

Sustituyendo Δ en esta última expresión se tiene:

$$f = S_0 \left[\frac{f_u - f_d}{S_0 u - S_0 d} \right] - (S_0 u \left[\frac{f_u - f_d}{S_0 u - S_0 d} \right] - f_u)e^{-rT}$$

$$f = \left[\frac{f_u - f_d}{u - d} \right] - (u \left[\frac{f_u - f_d}{u - d} \right] - f_u)e^{-rT}$$

$$f = \left[\frac{f_u - f_d}{u - d} \right] - \left[\frac{uf_u - uf_d - f_u(u - d)}{u - d} \right] e^{-rT}$$

$$f = \left[\frac{f_u - f_d}{u - d} \right] - \left[\frac{uf_u - uf_d - uf_u + df_u}{u - d} \right] e^{-rT}$$

$$f = \left[\frac{f_u - f_d}{u - d} \right] - \left[\frac{-uf_d + df_u}{u - d} \right] e^{-rT}$$

$$f = \left[\frac{f_u - f_d}{u - d} \right] - \left[\frac{-uf_d e^{-rT} + df_u e^{-rT}}{u - d} \right]$$

$$f = \left[\frac{f_u - f_d + u f_d e^{-rT} - d f_u e^{-rT}}{u - d} \right]$$

$$f = \left[\frac{e^{-rT} e^{rT} f_u - e^{-rT} e^{rT} f_d + u f_d e^{-rT} - d f_u e^{-rT}}{u - d} \right]$$

$$f = \left[\frac{e^{rT} f_u - e^{rT} f_d + u f_d - d f_u}{u - d} \right] e^{-rT}$$

$$f = \left[\frac{e^{rT} f_u - d f_u}{u - d} + \frac{u f_d - e^{rT} f_d}{u - d} \right] e^{-rT}$$

$$f = \left[\left(\frac{e^{rT} - d}{u - d} \right) f_u + \left(\frac{u - e^{rT}}{u - d} \right) f_d \right] e^{-rT}$$

$$f = \left[\left(\frac{e^{rT} - d}{u - d} \right) f_u + \left(\frac{u - d - e^{rT} + d}{u - d} \right) f_d \right] e^{-rT}$$

$$f = \left[\left(\frac{e^{rT} - d}{u - d} \right) f_u + \left(\left(\frac{u - d}{u - d} \right) - \left(\frac{e^{rT} - d}{u - d} \right) \right) f_d \right] e^{-rT}$$

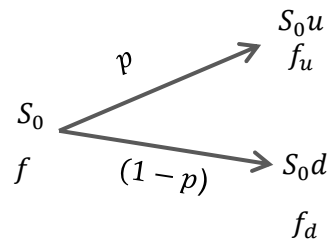
$$f = \left[\left(\frac{e^{rT} - d}{u - d} \right) f_u + \left(1 - \left(\frac{e^{rT} - d}{u - d} \right) \right) f_d \right] e^{-rT}$$

Sea $p = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$, entonces:

$$f = [p f_u + (1 - p) f_d] e^{-rT}$$

Donde, p y $1 - p$ se interpretan como las probabilidades de movimientos al alza o a la baja, respectivamente.

El valor de la opción es entonces el beneficio futuro en un mundo neutral al riesgo, descontado a la tasa libre de riesgo.



En la práctica u y d se determinan a partir de la volatilidad, así:

$$u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}}$$

$$d = 1/u = e^{-\sigma \sqrt{\Delta t}}$$

Donde σ es la volatilidad y Δt es la duración de un intervalo en el árbol binomial. Dicha volatilidad se asume como el pronóstico obtenido por el SARIMA teniendo en cuenta que se continúan haciendo pruebas con modelos de RNA que puedan superar el pronóstico actual. Esto es:

$$\sqrt{\Delta t} \hat{\sigma} = \hat{z}$$

Donde,

\hat{z} : es el pronóstico obtenido a partir del mejor modelo SARIMA

Por lo tanto, los cálculos quedarían así:

$$\sqrt{\Delta t} \hat{\sigma} = \hat{z} = 0,0669$$

$$u = e^{0,0669} = 1,0692$$

$$d = \frac{1}{1,0692} = 0,9353$$

A partir del cálculo de los factores, u y d , se construye el árbol binomial asociado con la opción financiera.

Para la construcción del árbol binomial se parte de un precio Spot de \$830, el cual corresponde al precio del periodo de diciembre de 2014, y a partir de éste se construyen los cinco nodos⁹ que conforman el árbol.

Para valorar esta opción PUT se asume una tasa libre de riesgo de 6,25% E.A. (tasa repo del Banco de la República para vencimientos a cinco meses). Así, las probabilidades asociadas al precio esperado de la papa Diacol Capiro equivalen a:

$$p = \frac{e^{6,25\%*1/12}-0,9353}{1,0692-0,9353} = 0,5223$$

$$1 - p = 0,4777$$

Para el cálculo del precio de la opción en el tiempo 0 se procede de la siguiente manera:

Dado un precio de ejercicio $K = 875$ se tienen los siguientes resultados del precio de la opción en el momento T , en cada final de nodo y el precio de la opción (f) en el momento 0:

$$f_{t=2} = [0,5223 * 0 + (0,4777 * 22,0905)]e^{-6,25\%*(\frac{1}{12})} = 10,5931$$

$$f_{t=1} = [0,5223 * 10,5931 + (0,4777 * 55,7704)]e^{-6,25\%*(\frac{1}{12})} = 32,0076$$

$$f_{t=0} = [0,5223 * 32,0076 + (0,4777 * 94,1315)]e^{-6,25\%*(\frac{1}{12})} = 61,3643$$

Por lo tanto, el valor de la opción es de 61,3643 Pesos/Kg

⁹ Este plazo ha sido determinado de acuerdo al ciclo vegetativo de siembra y cosecha de la papa Diacol Capiro, el cuál esta entre 155 y 165 días, es decir, aproximadamente cinco meses.

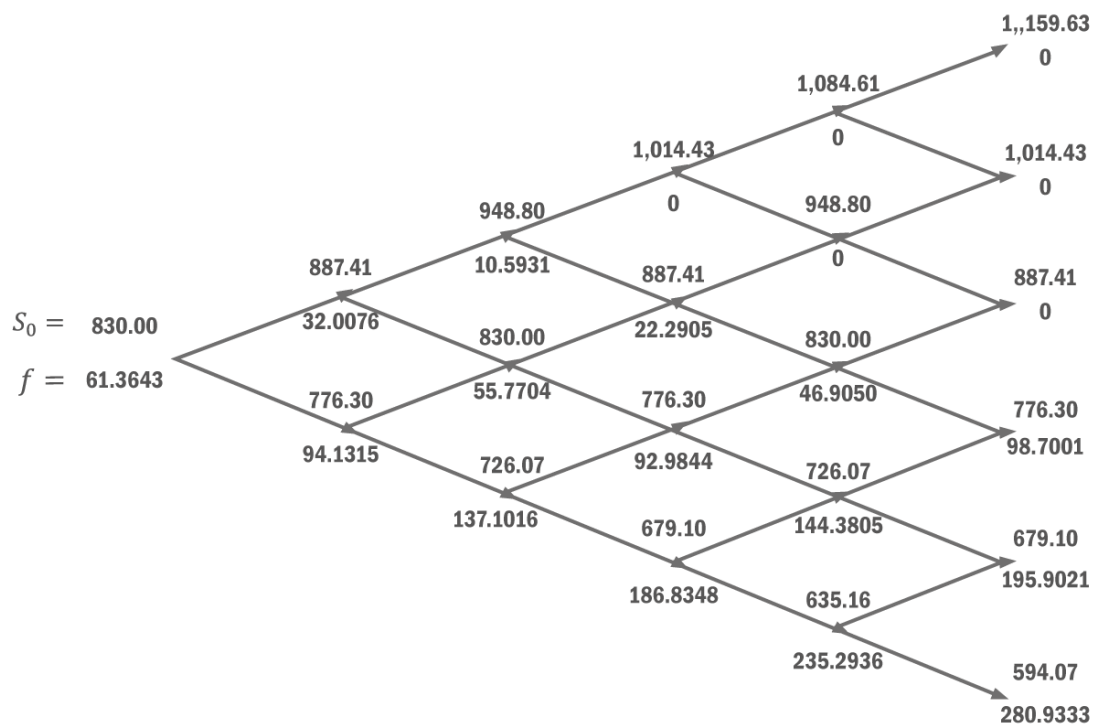


Figura 17. Árbol binomial de cinco pasos para una opción put - papa Diacol Capiro
Fuente: Elaboración propia

Los valores 0 en el momento T indican que el productor no ejercerá la opción PUT dado que el precio de mercado es superior al precio de ejercicio, y lo contrario, los valores positivos en el momento T indican que el productor ejercería la opción vendiendo a un precio de ejercicio superior al precio en que se encuentra la papa DC en el mercado; lo que le permite asegurarse ante caídas considerables del precio.

11. CONCLUSIONES

- El pronóstico obtenido por medio del modelo SARIMA permitió la construcción de una opción tipo PUT, valorada por medio de un árbol binomial. Al hacer el ejercicio financiero de valoración se encontró que: los valores 0 en el momento T para tres casos indicaron que el productor no debía ejercer la opción dado que el precio de mercado fue superior al precio de ejercicio; y los valores mayores que 0 en el momento T indicaron que el productor debía ejercer la opción ya que obtendría una utilidad, teniendo en cuenta que el precio de mercado fue inferior al precio de ejercicio; lo cual permitió comprobar que fue posible que el productor se asegurara ante posibles variaciones en los precios de la papa Diacol Capiro.
- El modelo SARIMA permitió explicar el comportamiento de la variación del precio de la papa Diacol Capiro, obteniendo como resultado que el modelo logró captar un número significativo de veces la tendencia del signo, presentando un RMSE de 0,2164 y un dato de pronóstico fuera de muestra para el período de enero de 2015 correspondiente a 0.0669, generando un error de pronóstico para este período de 0,0006.
- Aun cuando fue posible describir una metodología útil para reducir la dimensión del número de variables explicativas a incluir en el modelo de RNA por medio de la técnica estadística de Análisis de Componentes Principales, no se contempló la alternativa de elegir el mejor desempeño de los dos modelos
- Aunque aún no se han logrado evaluar las ventajas del uso de un modelo de RNA frente a un modelo SARIMA, se encontró un modelo óptimo para poder desarrollar el objetivo principal de este estudio el cual consistió en el diseño de un instrumento financiero de cobertura sobre el comportamiento de la variación del precio de la papa Diacol Capiro.

12. RECOMENDACIONES

- Se sugiere con el resultado del modelo SARIMA realizar un pronóstico por un periodo de 5 meses, teniendo en cuenta que este es el tiempo aproximado entre siembra y cosecha de la papa Diacol Capiro, y no de un mes como fue el pronóstico de esta investigación.
- Dado que los tiempos de máquina en la corrida del modelo de RNA se extendió más de lo proyectado, para posteriores estudios se recomienda contemplar tiempos de procesamiento y posible uso de máquinas más potentes, ya que este es un factor limitante para obtener resultados en tiempos oportunos.

13. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Agronet. (2012). *Estadísticas de producción nacional de papa*. Recuperado el 17 de 11 de 2015, de <http://www.agronet.gov.co>
- Alonso , J., & Arcila , A. (2013). Empleo del comportamiento estacional para mejorar el pronóstico de un commodity: El caso del mercado internacional del azúcar.
- Bates, B. C., Kundzewicz S., Z., Wu, & Palutikof, J. (2008). Climate Change and Water. *Technical Paper of the Intergovernmental Panel on Climate Change*.
- Cañas, A. (2006). Perspectivas del Mercado de Derivados en Colombia Retraso derivado del desconocimiento. *AD-MINISTER Universidad EAFIT jul-dic 2006*.
- Confecampo. (2008). *Análisis del mercado de la papa en Colombia*. Bogotá: Departamento Técnico, Confederación Empresarial del Campo de Colombia.
- Consejo Nacional de la Papa CNP. (1995-2008). *Evolución del consumo aparente y per cápita de papa en Colombia*. Bogotá: Consejo Nacional de la Papa.
- CONtexto Ganadero. (24 de 02 de 2015). *UNA LECTURA RURAL DE LA REALIDAD COLOMBIANA*. Obtenido de contextoganadero: <http://contextoganadero.com/agricultura/alistan-plan-por-70-mil-millones-para-darle-competitividad-papicultura>
- Cruz, T. I. (2009). Pronósticos en el mercado de derivados utilizando redes neuronales y modelos ARIMA: una aplicación al Cete de 91 días en el MexDer. *Facultad de Contaduría y Administración de la Universidad Nacional Autónoma de México*.
- Díaz et al. (2012). *Uso del modelo Aquacrop para estimar rendimientos agrícolas en Colombia, en el marco del estudio de impactos económicos del cambio climático (EIECC)*. FAO, IDEAM, MADR, DNP.
- Díaz, C. J., Macías, V. G., & Luna, G. E. (2012). Estrategia de cobertura con productos derivados para el mercado energético colombiano.
- El Espectador. (05 de 11 de 2014). *Noticias económicas*. Obtenido de Tras una bolsa para el agro: <http://www.elespectador.com/noticias/economia/>
- FAO. (2009). *Año internacional de la papa 2008: Nueva luz sobre un tesoro enterrado*. FAO.
- FAO. (2010). *La volatilidad de precios en los mercados agrícolas. Perspectivas económicas y sociales*. Informes de Política FAO.
- FEDEPAPA. (2013). Papas nativas con valor agregado. *REVISTA PAPA*, 9.
- FEDEPAPA. (2013). Revista de la papa Edición N° 29.

- Fernández, M. (2009). *Efecto del fenómeno El Niño en el agrosistema de papa y sus impactos socioeconómicos en los departamentos de Cundinamarca y Boyacá para el período de 1976-2006.*
- Franco, N. (2005). *Estudio básico sobre consumo de papa en hogares de Colombia.* Bogotá: Ipsos. Documento preparado para Cevipapa.
- García Díaz, C. M. (2014). Predicción del comportamiento de la rentabilidad de la acción de ISAGEN, a partir de la técnica de redes neuronales artificiales.
- García, I. (2003). ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DE LA SERIE DE TIEMPO DEL PRECIO EXTERNO DEL CAFÉ COLOMBIANO UTILIZANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES. *UNIVERSITAS SCIENTIARUM - Revista de la Facultad de Ciencias - PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA.*
- Ghiassi, M., Saidane, H., & Zimbra, D. (2005). A dynamic artificial neural network model for forecasting time series events. *International Journal of Forecasting.*
- Gujarati, D. (s.f.). *Econometría* (4a Ed ed.). Mc Graw Hill.
- Hull, J. (2008). *Options, Futures, and Other Derivatives* (7th ed.).
- Instituto Colombiano Agropecuario (ICA). (2013). Por la sanidad agropecuaria y la inocuidad en la producción primaria. *Comunicado Líderes de Opinión del País.*
- Jalil, M., & Misas, M. (2007). Evaluación de pronósticos del tipo de cambio utilizando redes neuronales y funciones de pérdida asimétricas. *Banco de la República. Universidad Nacional de Colombia –Facultad de Economía. Revista Colombiana de Estadística. Bogotá.*
- Jaramillo, G. (2009). Propuesta para la implementación de nuevos productos con derivados financieros en el mercado colombiano.
- Kohzadi, N., Boyd, M., Kermanshahi, B., & Kaastra, I. (1996). A comparison of artificial neural network and time series models for forecasting commodity prices.
- Kröse, B., & van der Smagt, P. (1996). *An introduction to Neural Networks* (Eighth ed.).
- MADR - Observatorio Agrocadenas Colombia. (2005). *La cadena de la papa en Colombia - Una mirada global de su estructura y dinámica 1991-2005.*
- MADR - Universidad Nacional de Colombia - Corpoica. (2009). Agenda prospectiva de investigación y desarrollo tecnológico para la cadena productiva de la papa en Colombia. . *Proyecto transición de la agricultura*, 29.
- Martín del Brío, B., & Sanz Molina, A. (2007). *Redes Neuronales y Sistemas Borrosos* (3ª ed.). Alfaomega Grupo Editor S.A.

- Minagricultura. (27 de 07 de 2015). *MADR*. Obtenido de <https://www.minagricultura.gov.co/noticias/>
- Montenegro García, Á. (2009). *Series de tiempo* (6a. Ed ed.). Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de ciencias Económicas y Administrativas.
- Moreira, R. (2014). Commodities Prices Volatility, Expected Inflation and GDP Levels: An Application for a Net-exporting Economy. *Procedia Economics and Finance Volume 14, 2014, Pages 435–444*.
- Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. (2013). Uso del modelo AquaCrop para estimar rendimientos para el cultivo de papa en los departamentos de Cundinamarca y Boyacá.
- Pajares, G., & De la Cruz García , M. (2011). *Aprendizaje Automático*. Ediciones de la U.
- Pino, R., Parreno, J., Gomez, A., & Priore , P. (2008). Forecasting next-day price of electricity in the Spanish energy market using artificial neural networks. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*.
- Rivas Sius , T., & Tapia Cruz , B. (2012). Estructura de mercado y determinantes del precio de la papa para consumo fresco. *Oficina de estudios y políticas agrarias - ODEPAPA*, 1.
- Rojas Barbosa, E. O. (2011). Evaluación del desarrollo del cultivo de papa bajo escenarios de variabilidad climática interanual y cambio climático, en el sur oeste de la Sabana de Bogotá. 20.
- Rondón, C. (2012). *Análisis del comportamiento de los precios de la papa Parda Pastusa y Diacol Capiro en Colombia 1995-2011*. Bogotá: Trabajo de grado. Facultad de Agronomía, Universidad Nacional de Colombia.
- Salazar, J. M. (2009). Evaluación de pronóstico de una red neuronal sobre el PIB en Colombia. *Trabajo de grado, Pontificia Universidad Javeriana*.
- Salazar, J., & Misas, M. (2009). Evaluación de pronóstico de una red neuronal sobre el PIB en Colombia. *Trabajo de grado*.
- Saldaña, R., Jöns, S., Saldaña, R., & Ascencio , D. (2010). Pronósticos para el Rendimiento Del Trigo Usando Redes Neuronales Artificiales . *Conciencia Tecnológica No. 40, Julio-Diciembre 2010*.
- Sánchez Lasheras, F., de Cos Juez, F., Suárez Sánchez , A., Krzemien, A., & Riesgo Fernández, P. (2015). Forecasting the COMEX copper spot price by means of neural networks and ARIMA models. *Resources Policy*.
- Santana , J. (2006). Predicción de series temporales con redes neuronales: una aplicación a la inflación Colombiana.
- Sistema de Información y de Gestión y Desempeño de Organizaciones de Cadenas, SIOC. (15 de 11 de 2015). *Cadena Productiva Papa*. Recuperado

el 15 de 11 de 2015, de <http://sioc.minagricultura.gov.co/index.php/art-inicio-cadena-papa/?ide=17>

Stuart, J., & Norvig, P. (1996). *Inteligencia artificial: Un enfoque moderno* (1996 ed.). Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

UN Grupo de Investigación en Papa. (s.f.). *papaunc*. Recuperado el 11 de 2015, de Catálogo: <http://www.papaunc.com/catalogo>

UN Periódico N° 176. (12 de 04 de 2014). El falso dilema entre semillas nativas y certificadas. *UN Periódico*, pág. 1.

Velásquez, J., & Montoya, S. (2005). MODELADO DEL INDICE DE PRECIOS AL CONSUMIDOR.

Velásquez, J., Franco, C., & Olaya, Y. (2010). Predicción de los precios promedios mensuales de contratos despachados en el mercado mayorista de electricidad en Colombia usando máquinas de vectores de soporte.

Weron, R. (2014). Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future.

Wong, W., Xia, M., & Chu, W. (2010). Adaptive neural network model for time-series forecasting. *European Journal of Operational Research*.









































































Zhang, J., Zhang, Y., & Zhang, L. (2015). A novel hybrid method for crude oil price forecasting. *Energy Economics Volume 49, May 2015, Pages 649–659*.

15. ANEXOS

Anexo 1. Correlograma de la serie de las diferencias de los logaritmos del precio de la papa Diacol Capiro para el periodo comprendido entre enero de 1995 y diciembre de 2013, antes de proponer el modelo SARIMA.

Sample: 1995M01 2013M12

Included observations: 227

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.395	0.395	35.912	0.000
		2	0.093	-0.075	37.919	0.000
		3	-0.131	-0.168	41.900	0.000
		4	-0.333	-0.261	67.781	0.000
		5	-0.271	-0.053	84.948	0.000
		6	-0.267	-0.182	101.67	0.000
		7	-0.188	-0.130	110.06	0.000
		8	-0.118	-0.164	113.38	0.000
		9	0.093	0.082	115.46	0.000
		10	0.283	0.122	134.69	0.000
		11	0.347	0.121	163.68	0.000
		12	0.194	-0.081	172.82	0.000
		13	-0.021	-0.084	172.93	0.000
		14	-0.182	-0.086	180.99	0.000
		15	-0.221	-0.005	192.97	0.000
		16	-0.248	-0.133	208.12	0.000
		17	-0.212	-0.094	219.23	0.000
		18	-0.008	0.109	219.24	0.000
		19	-0.015	-0.129	219.30	0.000
		20	0.106	-0.056	222.14	0.000
		21	0.187	-0.051	230.97	0.000
		22	0.140	-0.046	235.91	0.000
		23	0.098	-0.033	238.34	0.000
		24	-0.049	-0.085	238.95	0.000
		25	-0.052	0.053	239.64	0.000
		26	-0.112	-0.019	242.87	0.000
		27	-0.122	-0.043	246.74	0.000
		28	-0.051	-0.019	247.42	0.000
		29	0.030	0.035	247.66	0.000
		30	0.090	0.007	249.80	0.000
		31	0.060	-0.080	250.76	0.000
		32	-0.003	-0.144	250.76	0.000
		33	-0.031	-0.067	251.03	0.000
		34	-0.040	-0.019	251.46	0.000
		35	-0.006	0.011	251.47	0.000
		36	0.122	0.111	255.49	0.000

Anexo 2. Prueba Dickey Fuller Aumentada para comprobar que la serie es estacionaria y no necesita ser diferenciada antes de proponer el modelo SARIMA.

Null Hypothesis: VPRECIOS has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=14)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.944065	0.0000
Test critical values: 1% level	-2.575373	
5% level	-1.942256	
10% level	-1.615751	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(VPRECIOS)
Method: Least Squares
Date: 02/06/16 Time: 15:04
Sample (adjusted): 1995M06 2013M12
Included observations: 223 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
VPRECIOS(-1)	-0.952373	0.095773	-9.944065	0.0000
D(VPRECIOS(-1))	0.345262	0.083017	4.158917	0.0000
D(VPRECIOS(-2))	0.312392	0.074577	4.188845	0.0000
D(VPRECIOS(-3))	0.264078	0.064617	4.086819	0.0001
R-squared	0.363618	Mean dependent var		-0.001207
Adjusted R-squared	0.354900	S.D. dependent var		0.248058
S.E. of regression	0.199236	Akaike info criterion		-0.370881
Sum squared resid	8.693186	Schwarz criterion		-0.309766
Log likelihood	45.35320	Hannan-Quinn criter.		-0.346209
Durbin-Watson stat	2.027034			

Anexo 3. Estimación del Modelo SARIMA

Dependent Variable: VPRECIOS

Method: Least Squares

Date: 01/27/16 Time: 18:03

Sample (adjusted): 1996M10 2013M12

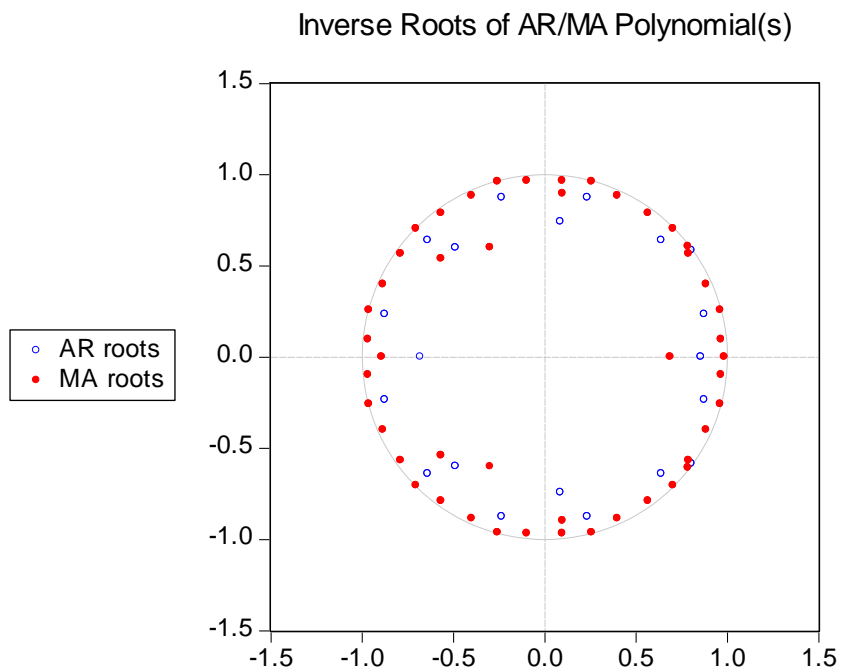
Included observations: 207 after adjustments

Convergence achieved after 21 iterations



MA Backcast: 1992M11 1996M09

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.981772	0.083860	11.70732	0.0000
AR(2)	-0.241004	0.080198	-3.005124	0.0030
AR(4)	-0.260595	0.067278	-3.873432	0.0001
AR(8)	0.191785	0.053569	3.580116	0.0004
SAR(12)	-0.302625	0.112542	-2.689009	0.0078
MA(1)	-0.819007	0.064697	-12.65903	0.0000
MA(5)	0.176237	0.022872	7.705392	0.0000
MA(8)	-0.455506	0.019310	-23.58957	0.0000
MA(11)	0.132592	0.053067	2.498580	0.0133
SMA(36)	0.468754	0.074366	6.303372	0.0000
SMA(12)	0.436672	0.087967	4.964035	0.0000
R-squared	0.484172	Mean dependent var		0.000406
Adjusted R-squared	0.457854	S.D. dependent var		0.232118
S.E. of regression	0.170910	Akaike info criterion		-0.643686
Sum squared resid	5.725191	Schwarz criterion		-0.466585
Log likelihood	77.62145	Hannan-Quinn criter.		-0.572067
Durbin-Watson stat	2.010434			
Inverted AR Roots	.87+.23i	.87-.23i	.86	.80+.58i
	.80-.58i	.64+.64i	.64-.64i	.23-.87i
	.23+.87i	.09-.74i	.09+.74i	-.23-.87i
	-.23+.87i	-.49-.60i	-.49+.60i	-.64-.64i
	-.64-.64i	-.68	-.87+.23i	-.87-.23i
Inverted MA Roots	.98	.97+.10i	.97-.10i	.96-.26i
	.96+.26i	.88-.40i	.88+.40i	.79+.57i
	.79-.57i	.79+.61i	.79-.61i	.70-.70i
	.70+.70i	.69	.57-.79i	.57+.79i
	.40-.88i	.40+.88i	.26-.96i	.26+.96i
	.10-.90i	.10+.90i	.10-.97i	.10+.97i
	-.10-.97i	-.10+.97i	-.26+.96i	-.26-.96i

Anexo 4. Inversos de las raíces del polinomio característico del SARIMA dentro del círculo unitario.











































































Anexo 5. Correlograma de análisis de la estadística Q sobre los residuos del modelo SARIMA

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.018	-0.018	0.0709	
		2 -0.035	-0.035	0.3316	
		3 -0.029	-0.031	0.5154	
		4 -0.019	-0.021	0.5902	
		5 0.113	0.111	3.3455	
		6 -0.063	-0.062	4.1984	
		7 -0.061	-0.057	5.0037	
		8 -0.024	-0.025	5.1326	
		9 -0.049	-0.054	5.6575	
		10 0.053	0.033	6.2793	
		11 0.022	0.031	6.3827	
		12 -0.005	0.004	6.3878	0.011
		13 -0.033	-0.034	6.6377	0.036
		14 -0.072	-0.068	7.7930	0.050
		15 -0.055	-0.080	8.4770	0.076
		16 0.026	0.011	8.6270	0.125
		17 -0.089	-0.094	10.415	0.108
		18 0.015	0.018	10.469	0.163
		19 -0.140	-0.138	15.010	0.059
		20 -0.044	-0.056	15.456	0.079
		21 0.043	0.001	15.877	0.103
		22 0.016	0.011	15.939	0.143
		23 0.085	0.063	17.658	0.126
		24 -0.066	-0.045	18.702	0.133
		25 0.049	0.055	19.276	0.155
		26 0.060	0.026	20.129	0.167
		27 -0.067	-0.076	21.200	0.171
		28 -0.007	-0.040	21.211	0.217
		29 -0.032	-0.014	21.458	0.257
		30 0.029	0.018	21.657	0.302
		31 -0.023	-0.043	21.793	0.352
		32 -0.039	-0.040	22.173	0.390
		33 0.074	0.049	23.543	0.372
		34 0.096	0.069	25.836	0.309
		35 0.010	0.009	25.863	0.360
		36 -0.075	-0.091	27.290	0.342

Anexo 6. Correlograma de análisis de la estadística Q sobre los residuos del modelo SARIMA al cuadrado

Included observations: 207

Q-statistic probabilities adjusted for 11 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.084	0.084	1.4704	
		2 0.073	0.066	2.5875	
		3 -0.036	-0.048	2.8618	
		4 0.016	0.018	2.9177	
		5 0.016	0.019	2.9709	
		6 0.127	0.122	6.4438	
		7 -0.019	-0.041	6.5210	
		8 0.029	0.018	6.7007	
		9 0.005	0.015	6.7051	
		10 -0.048	-0.060	7.2019	
		11 -0.053	-0.048	7.8248	
		12 -0.060	-0.061	8.6202	0.003
		13 0.015	0.036	8.6713	0.013
		14 0.012	0.006	8.7033	0.034
		15 0.006	-0.003	8.7118	0.069
		16 -0.069	-0.055	9.7851	0.082
		17 0.061	0.085	10.620	0.101
		18 -0.028	-0.019	10.803	0.147
		19 -0.113	-0.139	13.740	0.089
		20 -0.058	-0.029	14.526	0.105
		21 -0.073	-0.056	15.762	0.107
		22 -0.101	-0.096	18.170	0.078
		23 -0.008	-0.015	18.185	0.110
		24 -0.076	-0.053	19.548	0.107
		25 -0.025	0.015	19.695	0.140
		26 -0.066	-0.061	20.725	0.146
		27 0.004	0.031	20.728	0.189
		28 -0.063	-0.038	21.691	0.197
		29 -0.025	-0.027	21.841	0.239
		30 -0.041	-0.033	22.245	0.272
		31 0.073	0.054	23.557	0.262
		32 -0.012	-0.023	23.595	0.313
		33 -0.017	-0.041	23.671	0.365
		34 0.045	0.060	24.174	0.394
		35 -0.038	-0.060	24.541	0.431
		36 0.002	0.011	24.542	0.488

